

## POTENZE

Se in una moltiplicazione i fattori sono tutti uguali, allora si preferisce scrivere la moltiplicazione in una maniera sintetica

$$3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \text{ si scrive } 3^5$$

dove 3 è il fattore sempre uguale e 5 indica il numero di volte che il 3 viene moltiplicato per se stesso. Dunque

$$3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^5$$

La scrittura  $3^5$  si dice potenza.

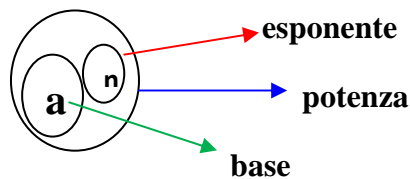
In generale, se  $a$  è un numero che viene moltiplicato per se stesso  $n$ -volte allora si indica

$$a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_{n\text{-volte}}$$

Si ha, quindi, la seguente

**Definizione:** si dice potenza  $n$ -esima del numero  $a$  il prodotto di  $a$  per se stesso tante volte quant'è il numero  $n$ .

Il numero  $a$  dicesi base della potenza ed  $n$  dicesi esponente della potenza.



### PROPRIETA'

Siano  $a \neq 0$ ,  $b \neq 0$ ,  $n \in \mathbb{N}$ ,  $m \in \mathbb{N}$ , si hanno le seguenti:

**1<sup>a</sup> proprietà:** il prodotto tra due o più potenze aventi la stessa base è uguale ad una potenza avente per base la stessa base e per esponente la somma degli esponenti.

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$$

Esempio:

$$4^2 \cdot 4^3 = 4^{2+3} = 4^5$$

**2<sup>a</sup> proprietà:** il quoziente tra due potenze aventi la stessa base è uguale ad una potenza avente per base la stessa base e per esponente la differenza degli esponenti.

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$$

con  $n > m$

Esempio:

$$\frac{5^4}{5^2} = 5^{4-2} = 5^2$$

**3ª proprietà:** la potenza di una potenza è uguale ad una potenza avente per base la stessa base e per esponente il prodotto degli esponenti.

$$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$$

Esempio:  $(3^5)^3 = 3^{5 \cdot 3} = 3^{15}$

**4ª proprietà:** il prodotto tra due o più potenze aventi gli stessi esponenti è uguale ad una potenza avente per base il prodotto delle basi e per esponente lo stesso esponente.

$$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$$

Esempio:  $2^3 \cdot 5^3 = (2 \cdot 5)^3 = 10^3$

**5ª proprietà:** il quoziente tra due potenze aventi gli stessi esponenti è uguale ad una potenza avente per base il quoziente delle basi e per esponente lo stesso esponente

$$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$$

Esempio:  $\frac{7^4}{5^4} = \left(\frac{7}{5}\right)^4$

**Osservazioni:**

a)  $a^0 = 1$ ;

Infatti  $a^0 = a^{n-n} = \frac{a^n}{a^n} = 1$

b)  $a^1 = a$ ;

**Potenza ad esponente negativo (in  $\mathbb{Z}$ )**

Se  $n > 0$  per cui  $-n < 0$  allora

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

Infatti, per la proprietà 2),

$$a^{-n} = a^{0-n} = \frac{a^0}{a^n} = \frac{1}{a^n}$$