

Numero polo

Dato un numero n di tre cifre, se ne scrive il rovescio (cioè dall'ultima cifra alla prima). Si effettua la sottrazione fra i due (dal più grande si sottrae quello più piccolo). Condizione: il risultato deve essere ancora un numero di tre cifre, in caso contrario si cambia il numero. Al risultato ottenuto si addiziona il suo rovescio. Il risultato finale è costante, qualsiasi sia il numero n , e vale 1089.

Esempio:

sia $a = 248$, il rovescio è 842 per cui $842 - 248 = 594$, il cui rovescio è 495. Allora $594 + 495 = 1089$.

Si propone una dimostrazione, generalizzando.

Un numero di tre cifre in forma polinomiale si scrive

$$100x + 10y + z.$$

Il suo rovescio è

$$100z + 10y + x.$$

Si possono avere due casi:

- 1) $x > z$;
- 2) $x < z$.

Supponiamo, per fissare le idee, che $x > z$. Perciò

$$100x + 10y + z > 100z + 10y + x.$$

Allora:

$$100x + 10y + z - (100z + 10y + x) = 100x + 10y + z - 100z - 10y - x = 99(x - z)$$

Siano, ora, le seguenti considerazioni :

Da $x > z$ segue che $x - z > 0$; ora $(x - z)$ è un numero che non può essere uguale a uno perché in tal caso $99(x - z) = 99$, che è un numero a due cifre, mentre, per la dimostrazione, occorre che sia un numero di tre cifre. Pertanto $(x - z)$ è un numero che va da 2 a 9. Osservo che $99(x - z)$ è un numero a tre cifre dove la 2^a cifra è sempre 9 mentre la 1^a cifra sommata alla 3^a dà 9, cioè la prima cifra è complementare a 9 della terza (e viceversa). Di qui posso scrivere:

$$1) \quad 99(x - z) = 100x' + 10 \cdot 9 + (9 - x');$$

e di questo scrivo il rovescio:

$$2) \quad 100(9 - x') + 10 \cdot 9 + x';$$

Faccio la somma tra la 1) e la 2):

$$3) \quad 100x' + 90 + 9 - x' + 900 - 100x' + 90 + x' = 1089$$

Analogo ragionamento si ha se $x < z$.

Il numero polo dei numeri a due cifre è 99. Provate a trovare il numero polo dei numeri di quattro cifre (tutte diverse!). Attenzione: il risultato tra la differenza tra il numero di partenza e il suo rovescio deve essere ancora un numero di quattro cifre. Ebbene, scoprirete che di risultati possiamo averne due: il numero 10890 oppure 9999. Come facciamo a sapere se è 10890 oppure 9999? Una risposta l'abbiamo per i numeri che finiscono con 5. Infatti se la prima cifra è 3, oppure 7, oppure 8 e la quarta cifra è 5, il risultato sarà 9999; negli altri casi è 10890. Se l'ultima cifra è diversa da 5 allora nulla si può stabilire sul numero polo; esso può essere 10890 oppure 9999. invito tutti ad approfondire e, eventualmente, a produrre una qualche dimostrazione. Per quanto riguarda i numeri con cinque cifre, si può affermare che:

- a) quelli che finiscono con 5 danno come risultato 109890, tranne per il numero che ha come prima cifra 8 (e la quinta 5) per il quale il numero polo è 99099;
- b) tutti gli altri hanno come numero polo o 109890 oppure 99099. E non c'è apparente spiegazione.

N. Filipponio