

“L’essenza della matematica è la libertà”
(G.Cantor 1845-1918)

Un paradosso

Sulla natura dei numeri sin dall’antichità hanno indagato insigni matematici. Sono state trovate proprietà che poi hanno avuto una dimostrazione, e proprietà la cui dimostrazione è ancora, per così dire, sospesa. In matematica le questioni che devono ancora essere dimostrate vengono dette metaproblemi. Tenterò di proporre, dunque, all’attenzione di voi ragazzi argomenti che, spero, stuzzichino la vostra fantasia, oltre a soddisfare la vostra curiosità. Keplero in una lettera del 1608 ad un professore di Lipsia rivela che nella successione di Fibonacci

1,1,2,3,5,8,13,21,...

(dove ogni termine è la somma di due termini precedenti)

“Il quadrato di un termine qualunque differisce di uno dal prodotto dei due termini che gli stanno accanto”.

Indicato con F_n il generico termine che occupa l’n-simo posto nella successione si ha

$$F_n^2 = F_{n-1} \cdot F_{n+1} - 1$$

Esempio: sia $F_n = 8$, allora $F_{n-1} = 5$ e $F_{n+1} = 13$. perciò $F_n^2 = 8^2 = 64$, mentre $F_{n-1} \times F_{n+1} = 65$: quindi $64 = 5 \times 13 - 1$.

Una conseguenza è il paradosso proposto dal grande inventore di enigmi matematici **Sam Loyd (1841-1911)**:

Si consideri il quadrato 8×8 , che dà luogo ad un’area di 64 quadratini. Lo si ritagli in quattro parti come in fig. 1. ricomporre con i quattro pezzi ottenuti A,B,C,D la fig. 2 in modo da formare un

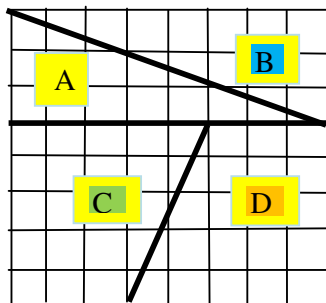


fig. 1

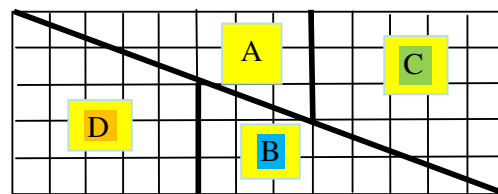


fig.2

rettangolo $13 \times 5 = 65$, mentre $8 \times 8 = 64$ il quadratino in più della figura 2 da dove viene? Riflettete attentamente e avrete la risposta.