Grafici delle funzioni logaritmiche

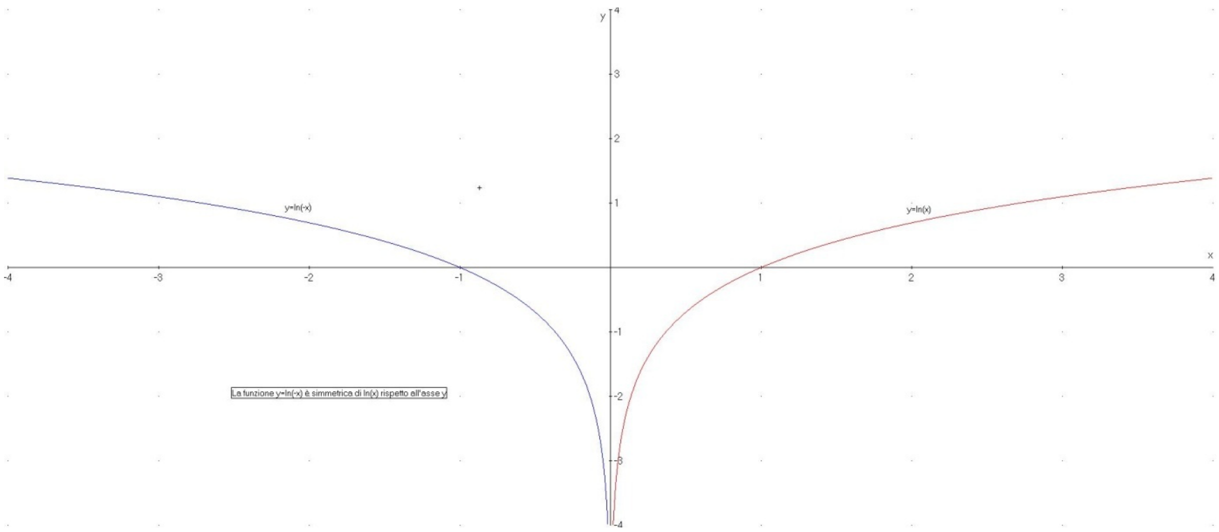
La funzione logaritmo $y = ln_{\mathrm{a}}\ (b)$ di base a e argomento b. La base può essere

- $a > 1$: il grafico è sempre crescente, con intersezione con l'asse delle x nel punto di ascissa x=1;
- $0 < a < 1$: il grafico è sempre decrescente, con intersezione con l'asse delle x nel punto di ascissa in x=1.

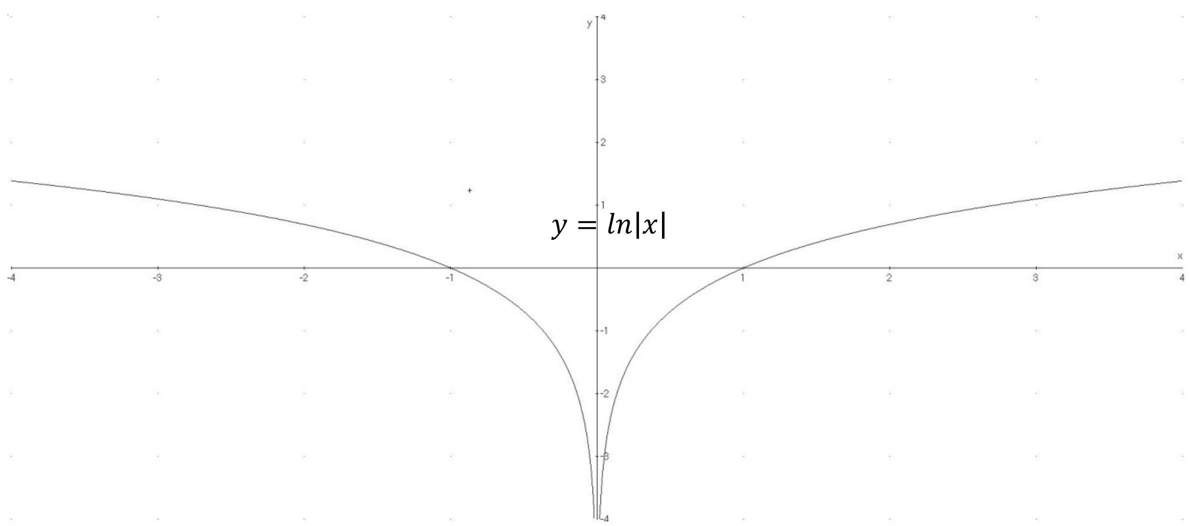
In questo studio considero la base maggiore di 1, in particolare mi occupo dei logaritmi naturali di base e.

1) $y = ln(x)$
2) $Y = ln(-x)$.

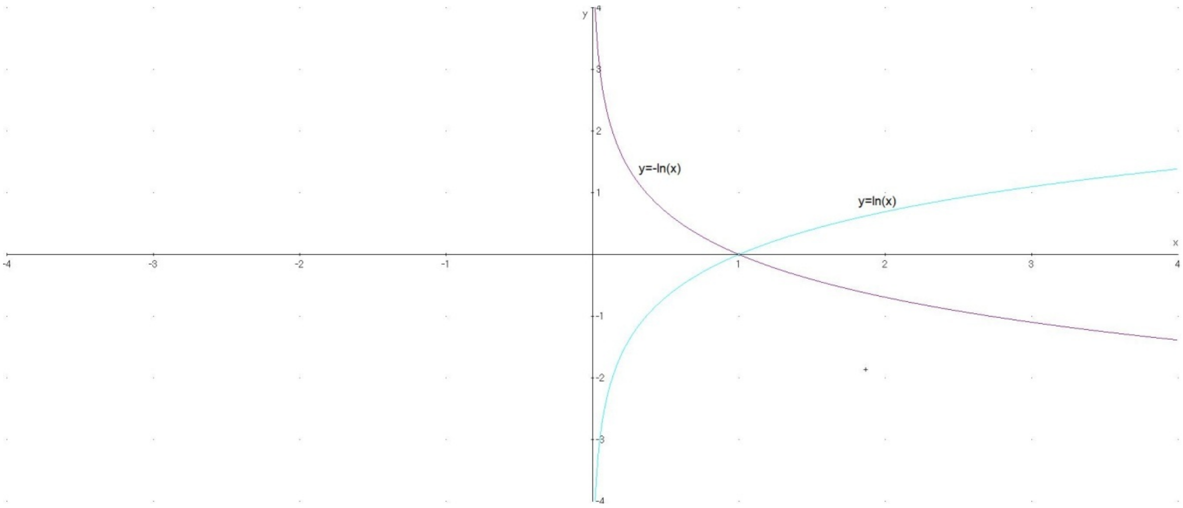
Le due funzioni sono simmetriche rispetto all'asse delle y



3) $y = ln|x|$. Il grafico è l'unione dei grafici di $y = ln(x)$ e $y = ln(-x)$

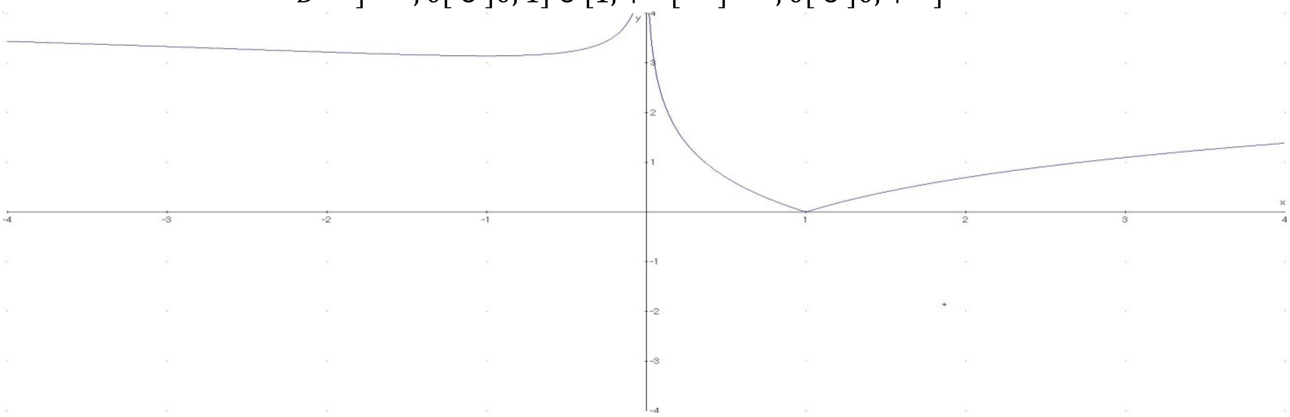


4) $y = -ln(x)$. E' simmetrica di $y = ln(x)$ rispetto all'asse delle x.

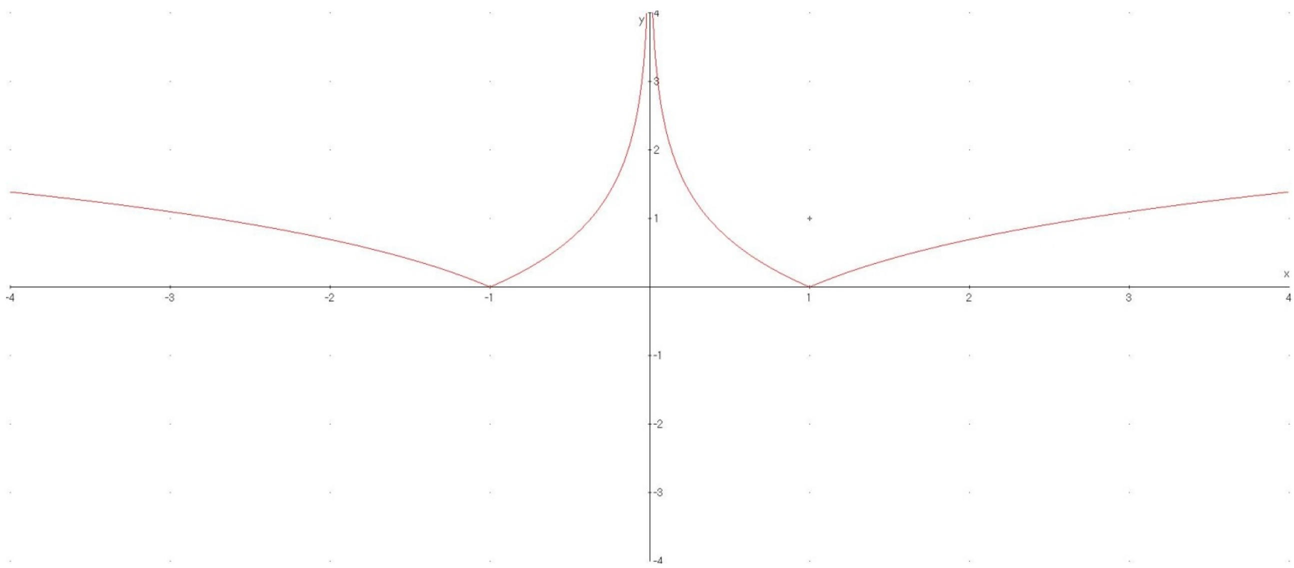


5) $y = |ln\,(x)|$
   - Per $ln(x) > 0$, cioè per x>1, si ha la parte di grafico a destra del punto x=1;
   - Per $ln(x) < 0$, cioè per x<1, si ha la parte di grafico a sinistra del punto x=1, parte di grafico che va a $-\infty$. In altre parole il dominio della funzione $y = |ln\,(x)|$ è

$$D =]-\infty; 0[\, \cup\,]0; 1] \cup [1; +\infty[\, = \,]-\infty; 0[\, \cup\,]0; +\infty]$$

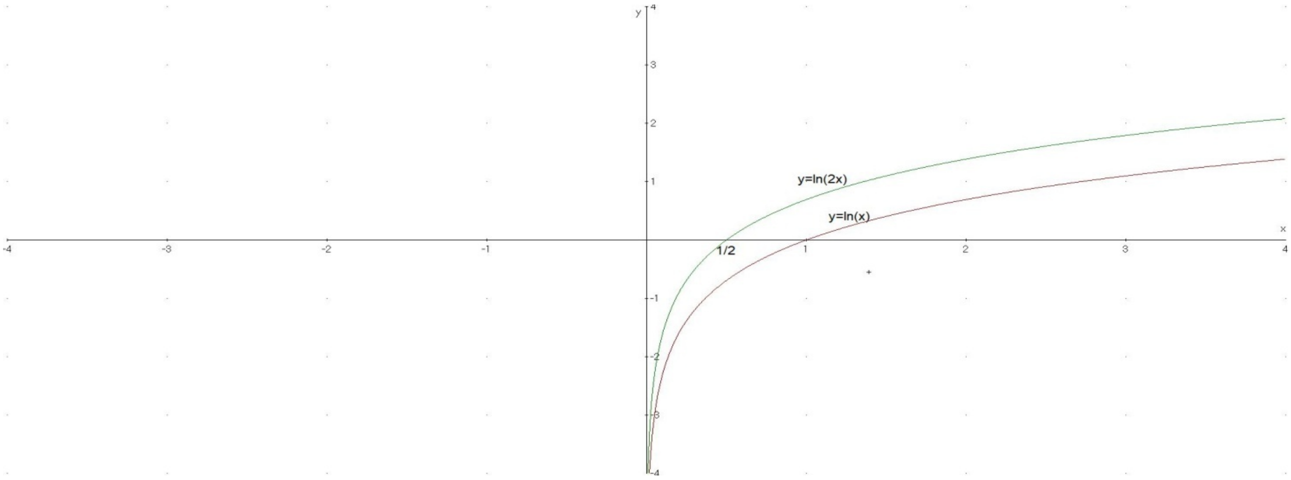


6) $y = \big|ln|x|\big|$, la funzione è PARI, quindi simmetrica rispetto all'asse delle y. La parte del grafico della funzione $y = ln|x|$ che sta al di sotto dell'asse delle x (vedi 3)) viene simmetrizzata rispetto a tale asse.

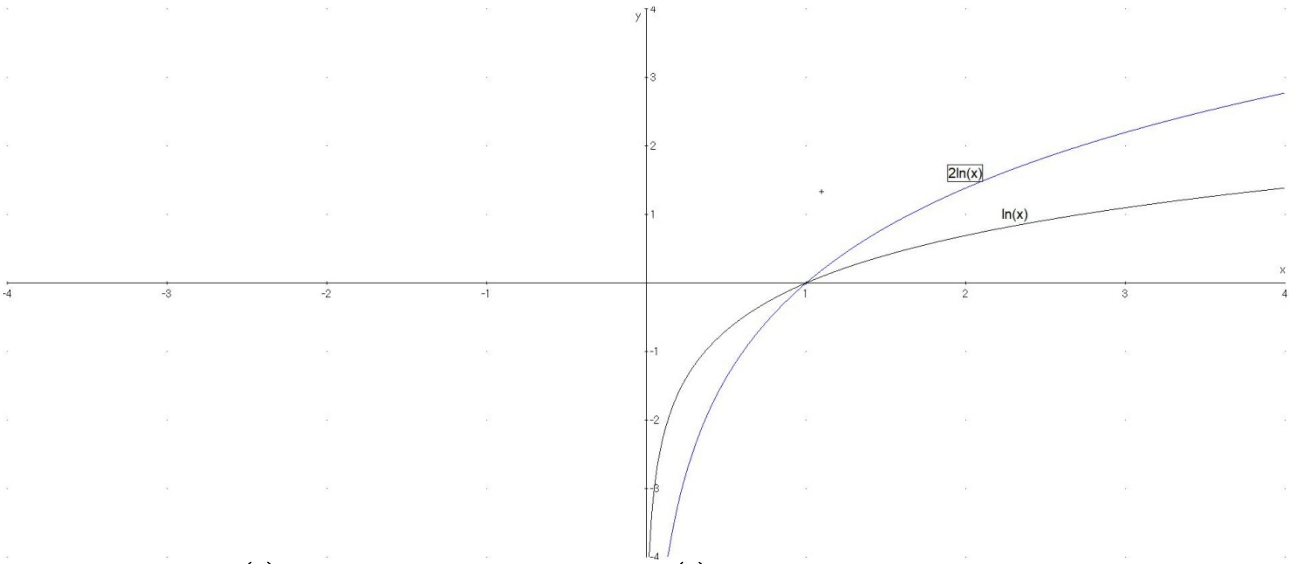


7) $y = ln(kx)$, con $k > 0$, per esempio $y = ln(2x)$

Nel disegno è riportato anche il grafico della funzione $y = l(x)$, per evidenziare come il grafico della $y = ln(2x)$ viene “dilatato” verso l’alto con punto di intersezione con l’asse x di ascissa $x = 1/2$

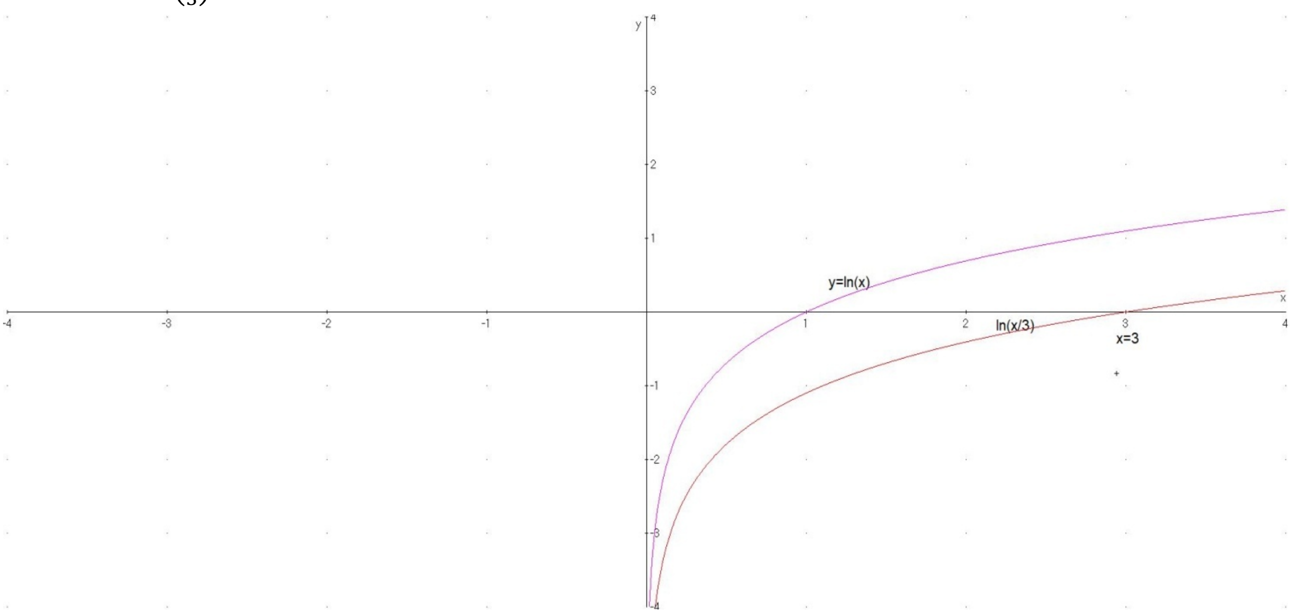


8) $y = k \cdot ln(x)$, la funzione (la y) raddoppia.

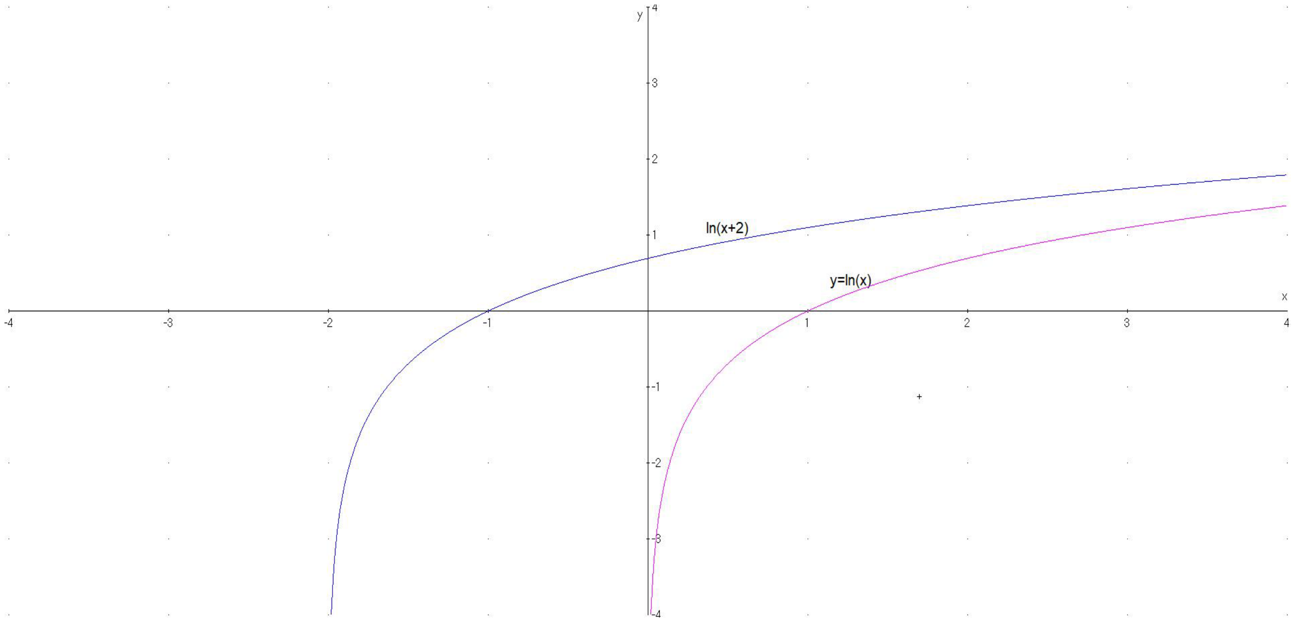


9) $y = l\,n\left(\frac{x}{h}\right)$, con $h > 0$, per esempio $y = ln\left(\frac{x}{3}\right)$

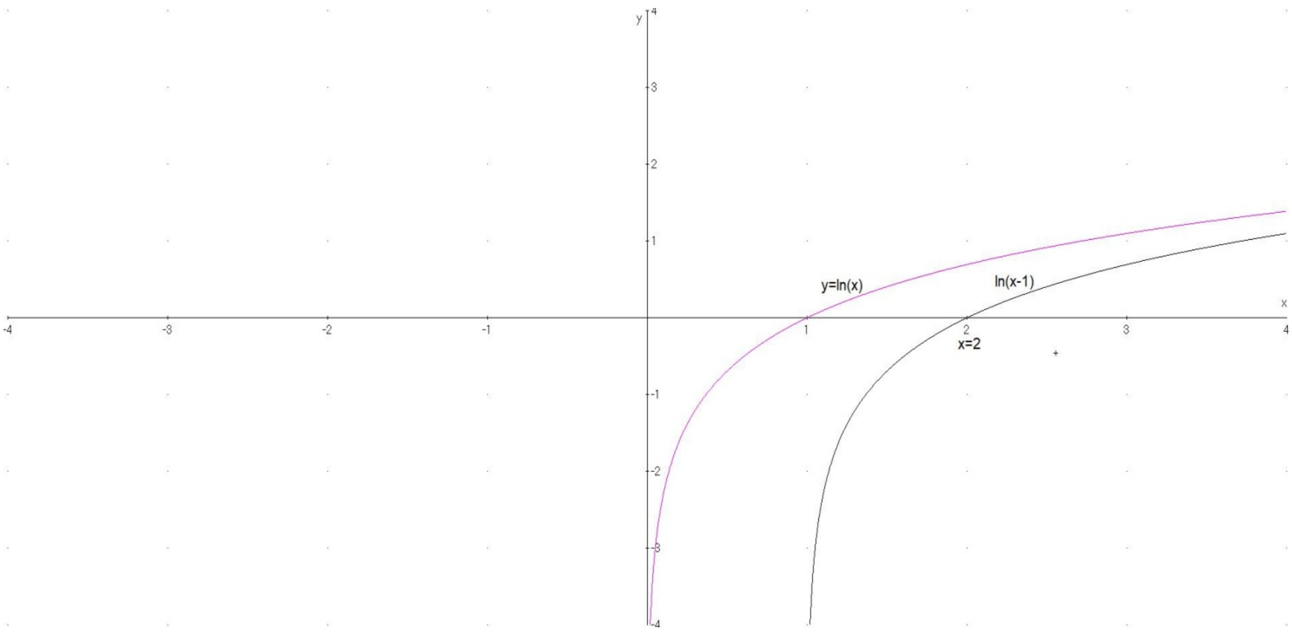
Nel disegno è riportato anche il grafico della funzione $y = l(x)$, per evidenziare come il grafico della $y = ln\left(\frac{x}{3}\right)$ viene “schiacciato” verso il basso con punto di intersezione con l’asse x di ascissa $x = 3$.



10) $y = ln\ (x + 2)$, quindi del tipo $y = ln\ (x + k)$. La funzione $y = ln(x)$ viene **traslata a sinistra** della quantità numerica indicata da k, nel nostro caso di $k = 2$ unità. Anche qui riporto il grafico di $y = ln(x)$ per evidenziare la traslazione che subisce. L'intersezione $x = 1$ con l'asse delle x della $y = \ln\ (x)$ diventa $x = 1 - 2 = -1$ della $y = ln\ (x + 2)$. Mentre l'intersezione con l'asse y è $y = ln2$.



11) $y = ln\ (x - 1)$, quindi del tipo $y = ln\ (x - k)$. La funzione $y = ln(x)$ viene **traslata a destra** della quantità numerica indicata da k, nel nostro caso di $k = 1$ unità. Anche qui riporto il grafico di $y = ln(x)$ per evidenziare la traslazione che subisce. L'intersezione $x = 1$ con l'asse delle x della $y = \ln\ (x)$ diventa $x = 1 - (-1) = +2$ della $y = ln\ (x - 1)$.

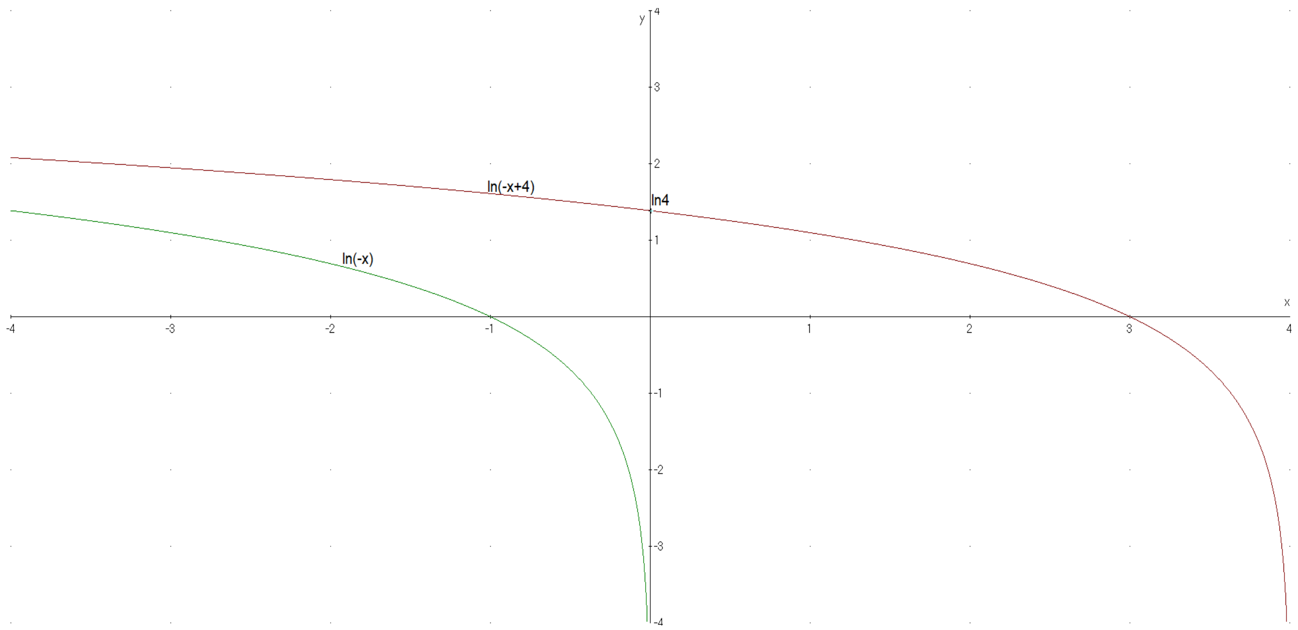


12) Se invece abbiamo una funzione del tipo $y = ln\,(-x + k)$, con $k > 0$, il confronto va fatto con la funzione $y = ln\,(-x)$ che, ricordiamo, è la simmetrica di $y = ln(x)$. In questo caso la $y = ln\,(-x)$ viene traslata della quantità k a destra (e non a sinistra come succede per la $y = ln(x)$, vedi caso 8)).

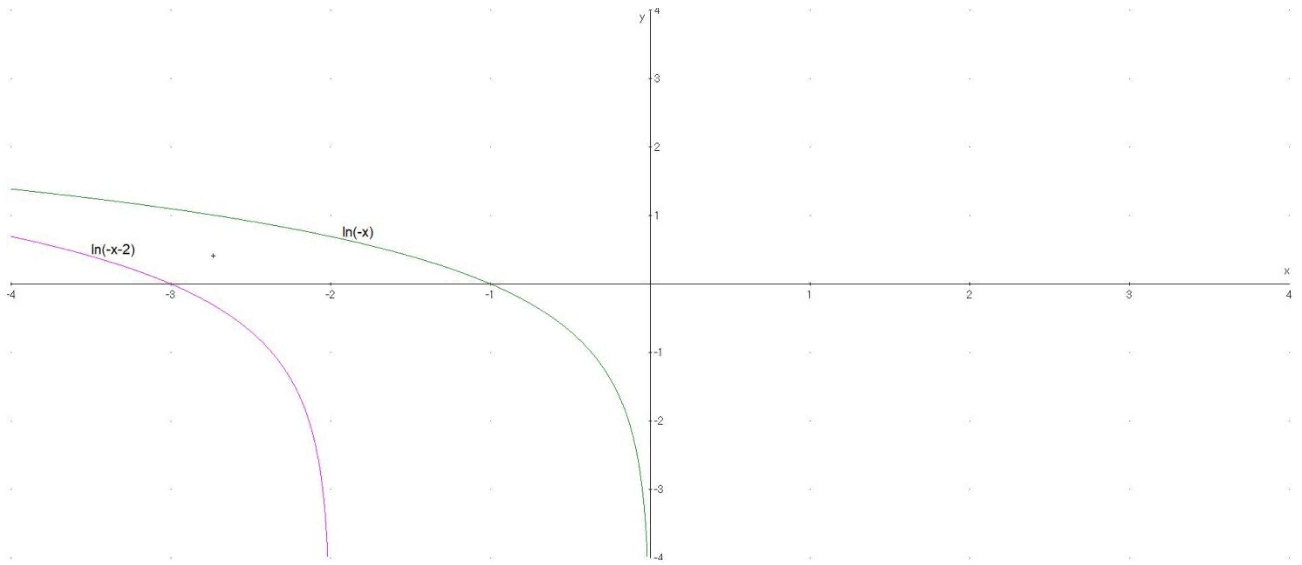
Mentre una funzione del tipo $y = l\,n(-x - k)$ viene traslata della quantità k a sinistra (e non a destra, vedi caso 9)).

Facciamo un esempio:

a) Sia prima il grafico della funzione $y = ln\,(-x + 4)$. Il grafico della $y = l\,n(-x)$ viene traslato a destra di k=4 unità, per cui l'intersezione con l'asse delle x è $x = -1 + 4 = 3$. Ha intersezione con l'asse delle y in $y = ln4$



b) Sia ora il grafico della funzione $y = ln(-x - 2) = ln\,(-(x + 2))$. Il grafico della $y = l\,n(-x)$ viene traslato a sinistra di k=2 unità, per cui l'intersezione con l'asse delle x è $x = -1 - 2 = -3$.



c) Osservo, inoltre, che $y = l\,n(-x - k) = ln\ (-(x + k))$, per cui posso pensare che questa funzione è la simmetrica rispetto all'asse di equazione $x = -k$ della funzione $y = ln\ (x + k)$.