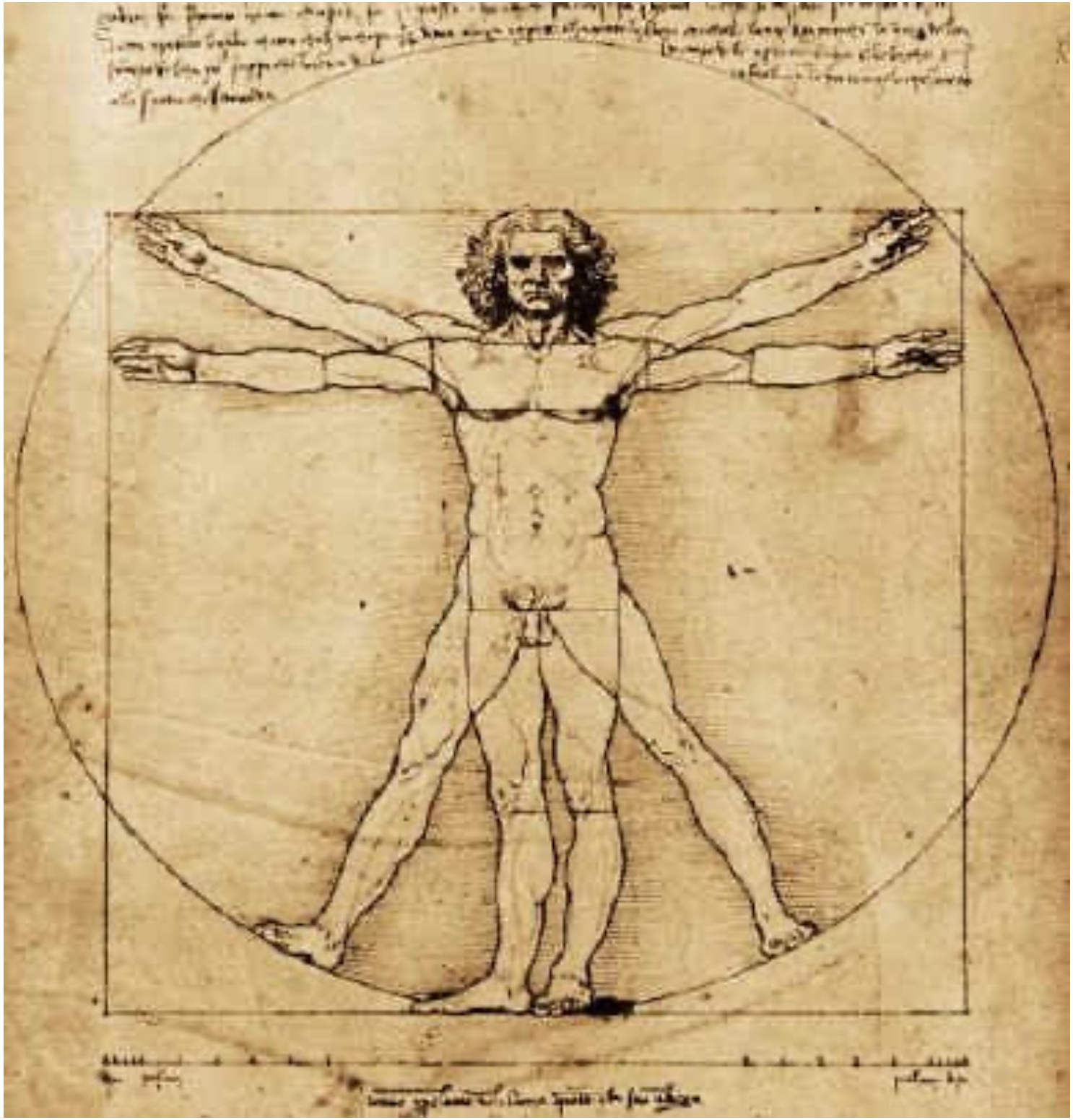
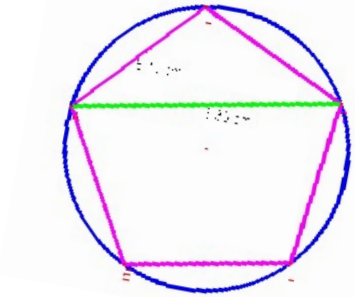
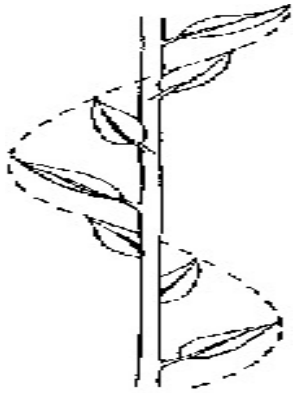
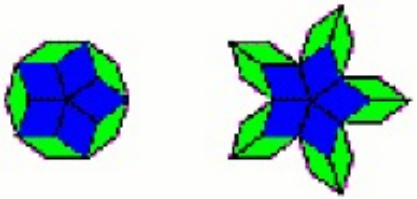




Sezione aurea



Fillotassi



Ricoprimento

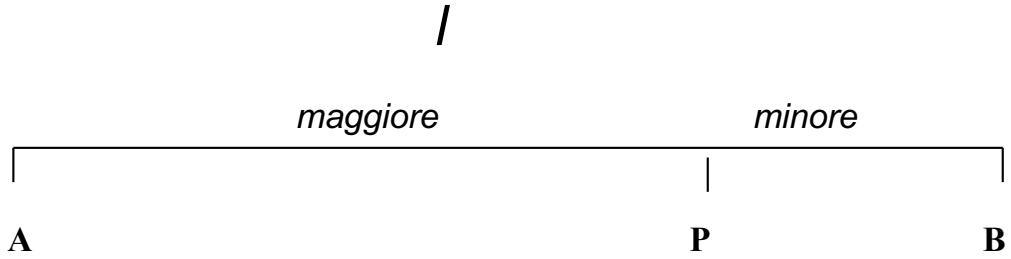
LA SEZIONE AUREA: NUOVE PROSPETTIVE

Nicola Filipponio
(Liceo Scientifico Statale "G.Salvemini" Bari)

Proporzione estrema e media

"Si può dire che una linea retta sia stata divisa secondo la proporzione estrema e media quando l'intera linea sta alla parte maggiore così come la maggiore sta alla minore"

(Euclide, libro II degli Elementi)



$$\overline{AB} : \overline{AP} = \overline{AP} : \overline{PB}$$

Il segmento maggiore AP dicesi ***sezione aurea*** del segmento AB.

Mentre il rapporto tra l'intero segmento AB e la sua sezione aurea è:

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{AP}} = 1{,}618039887\ldots \text{ circa}$$

Tale valore non dipende dalla lunghezza di AB, e si dice ***rapporto aureo.***

Come viene indicato il rapporto aureo

All'origine veniva indicato con la lettera greca τ (*tau*, dal greco *tomé* che significa taglio o sezione)

All'inizio del XX secolo, il matematico americano **MARK BARR** ha indicato il rapporto aureo con la lettera greca Φ, dall'iniziale del nome di **FIDIA** (490 – 430 a.C. circa), grande scultore e artefice del Partenone di Atene e del dio Zeus del Tempio di Olimpia, e di molte altre opere.

Sulla parola «aureo»

- Alcuni storici collocano l'uso di tale parola nel XV e nel XVI secolo: (vedi "Storia della matematica" di C. B. Boyer)
- Più recentemente il matematico tedesco Martìn Ohm (fratello del più noto Georg Simon Ohm: legge di Ohm sull'elettromagnetismo), nel 1835, nel suo libro *"La matematica elementare pura"* parla della parte maggiore di un segmento e la chiama «sezione aurea»
- Nel 1875 nella nona edizione dell'Enciclopedia Britannica, in un articolo sull'estetica di J. Sully, si fa riferimento alla «sezione aurea» come modello di "presunta superiorità in quanto proporzione visibile"

Dove è presente il rapporto aureo

BIOLOGIA

ARTE

MUSICA

ARCHITETTURA

BOTANICA

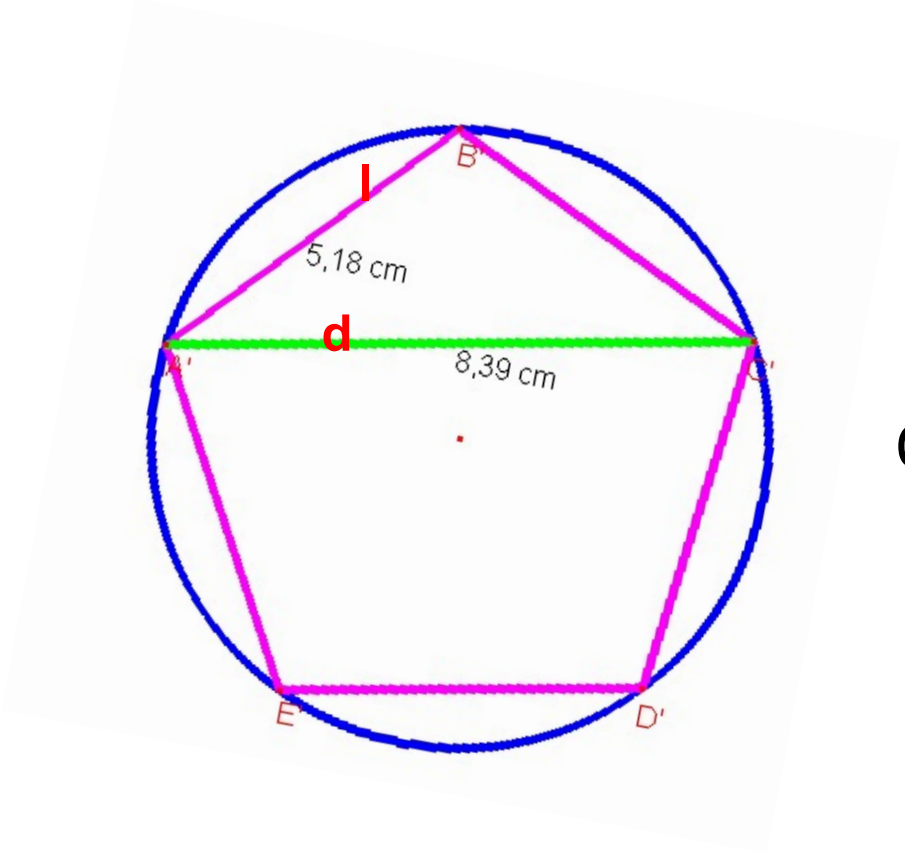
STRUTTURA DELLA MATERIA

PRESENZA DEL NUMERO AUREO

Si misurino la diagonale (d)

e il lato (l) del pentagono.

Effettuando la divisione fra le due lunghezze trovate

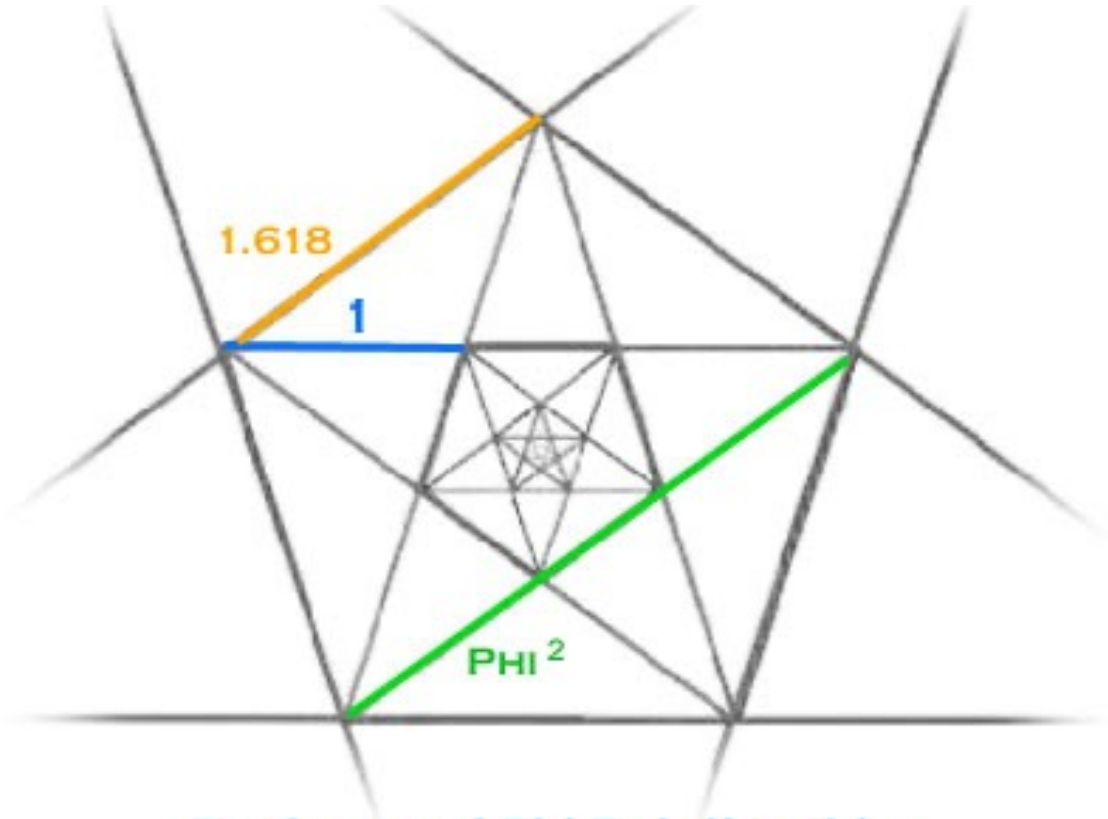


si scopre che

d:l = 1,618

Questo numero si chiama

numero aureo.



Pentagonal Phi Relationships

I semi della mela sono posizionati in modo da

costituire vertici di un pentagono.

La banana nasconde il numero aureo. Osservando una sua sezione trasversale si scoprono tre settori di cui uno di

137,5°

Facendo le seguenti operazioni:

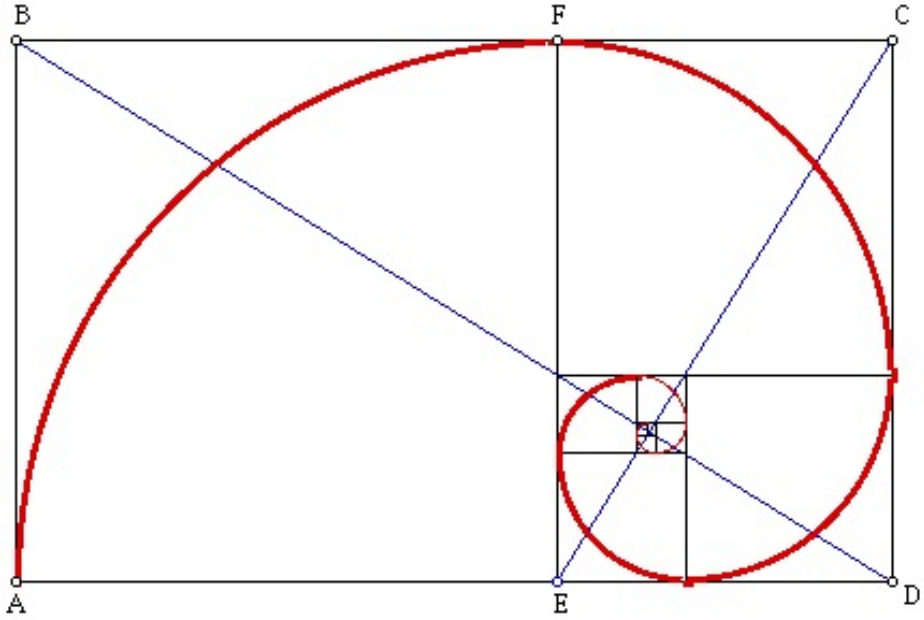
360° -137,5° = 222,5°

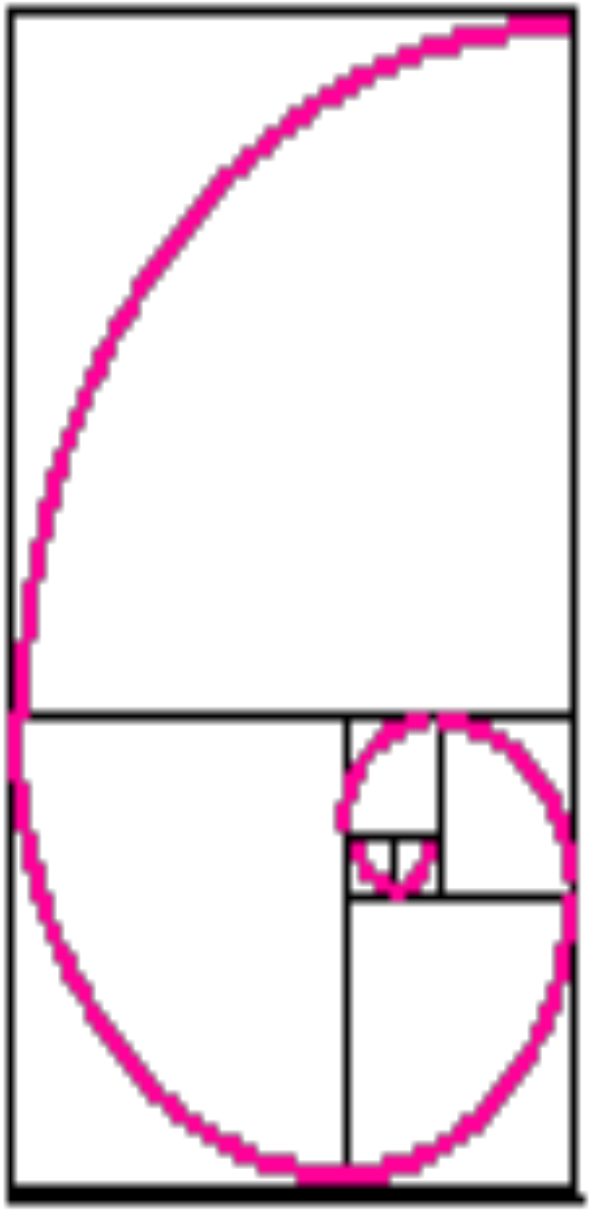
360° : 222,5° = 1,618

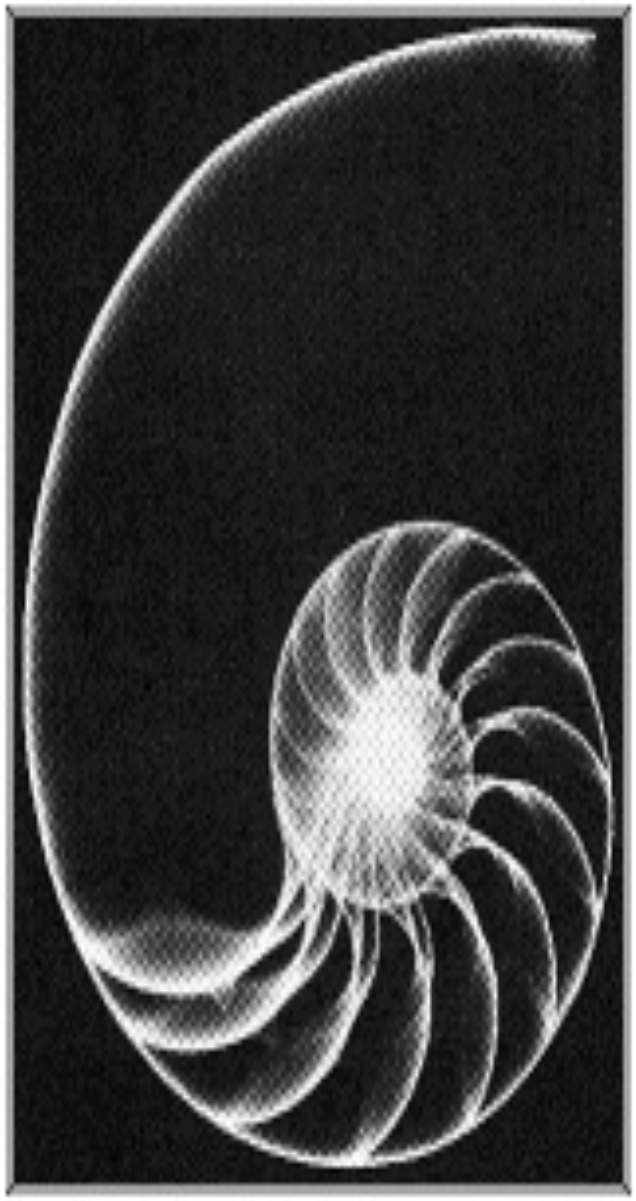
Si ritrova il numero aureo

Di più: 222,5° : 137,5° = 1,618

RETTANGOLO AUREO

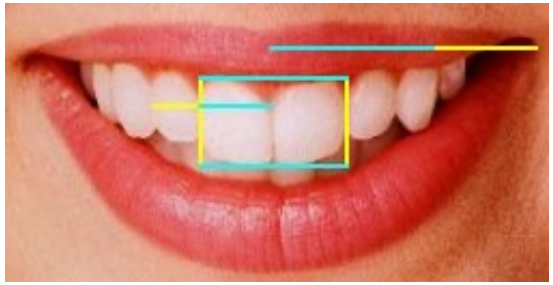


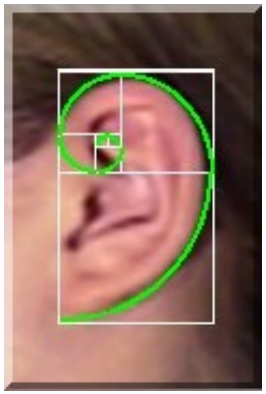


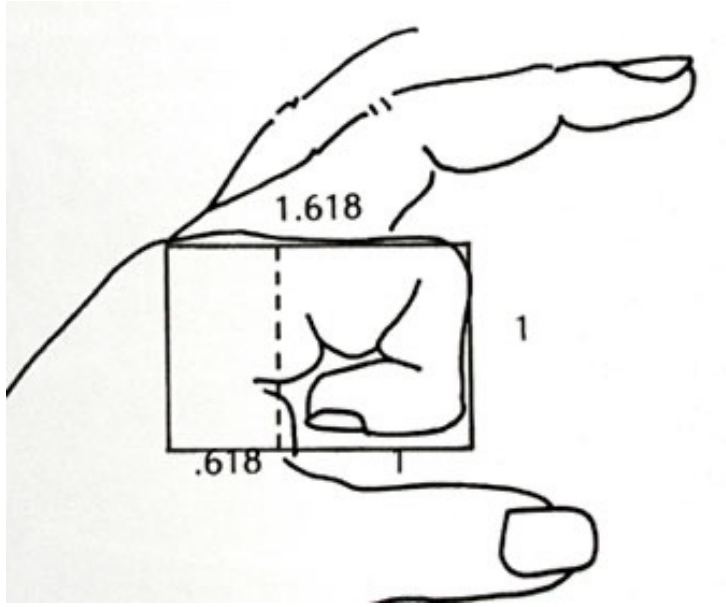


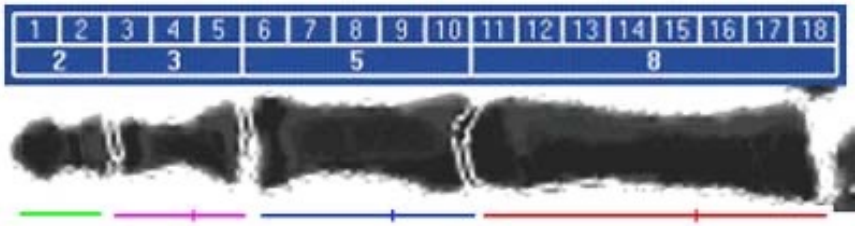
Sezione di Nautilus pompilius

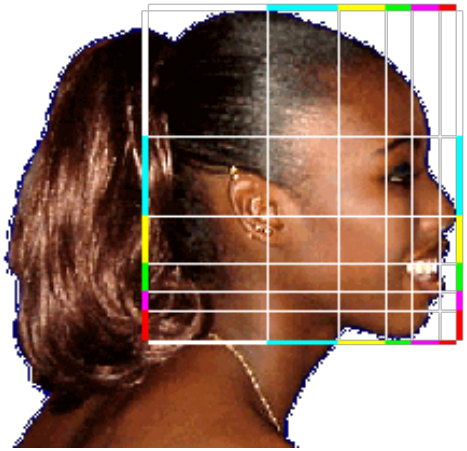
Il rapporto aureo nel corpo umano

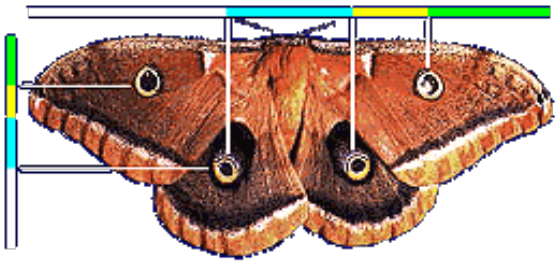


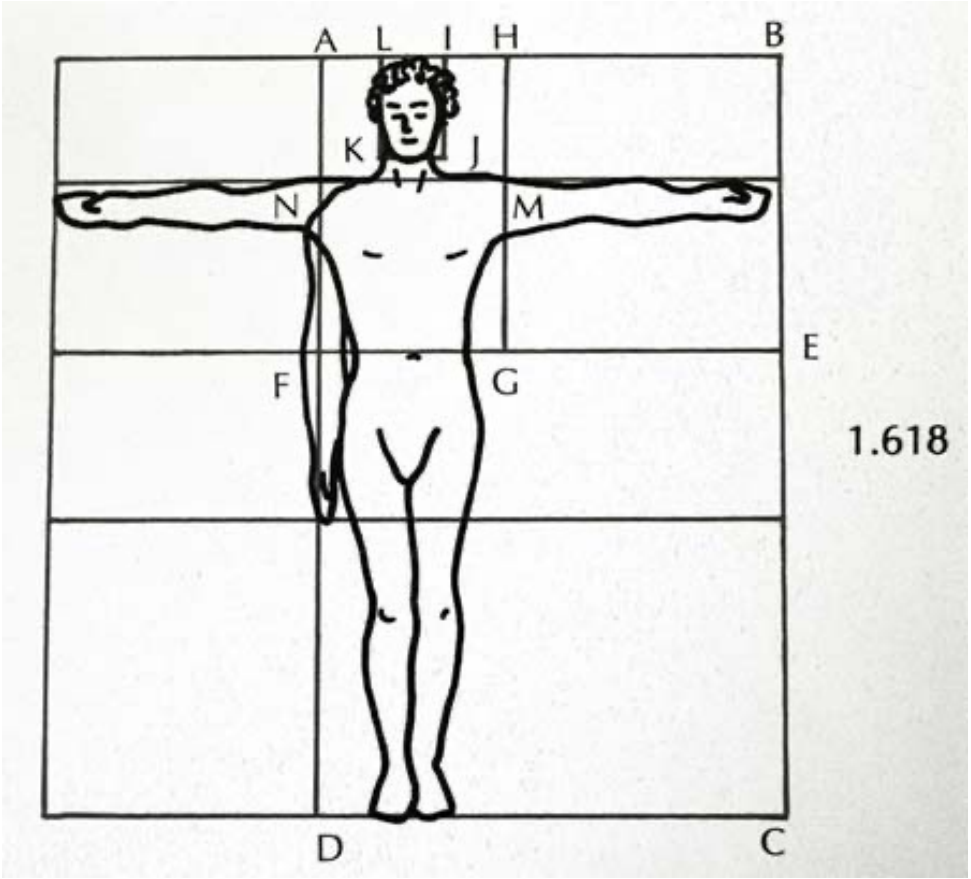











A
L
I
H
B
K
J
N
M
E
F
G
1.618
D
C

Un po' di storia sul rapporto aureo

Euclide nei suoi Elementi parla del rapporto aureo e delle sue implicazioni nello studio della geometria. In particolare al suo impegno nella costruzione del pentagono e di alcuni poliedri platonici.
Non dimentichiamo che Platone (428 – 348 a.C. circa), senza essere un matematico, si era occupato di alcuni solidi, detti poi platonici, che avevano particolari proprietà geometriche. Per la loro regolarità essi furono associati ai quattro elementi fondamentali della teoria platonica dell'Universo (sintesi delle teorie di Empedocle (c.490-c.430 a.C.) e di Democrito di Abdera (c.460-c.370 a.C.)): terra, fuoco, acqua, aria.
Il dodecaedro, quinto poliedro (perché sono cinque i poliedri platonici),fu associato all'universo nel suo insieme (*Timeo*). Infatti per Platone "*il sapere autentico non riguarda i complessi fenomeni che cogliamo con i sensi, ma le soggiacenti regolarità, l'unica realtà a possedere un'autentica permanenza*".

Crisi filosofica

Per i pitagorici il numero permeava la visione del mondo; aveva una funzione cosmica. Tutto era riconducibile al numero.
La scoperta (dovuta al pitagorico Ippaso da Metaponto nel V secolo a.C.) che esistono numeri che non sono interi, non sono razionali (rapporto di due numeri interi) come, per esempio, il rapporto aureo, mise in crisi i pitagorici che pensarono di tenere nascosta questa scoperta, perché la presenza dei numeri irrazionali era considerata un'imperfezione cosmica.
Il dramma per essi fu così profondo da far dire al filosofo e storico siriano **GIAMBLICO** (245 d.C. – 325 d.C.) nella *"Silloge delle dottrine pitagoriche"* (300 d.C. circa) riferendosi ad Ippaso:

"Dicono che il primo che divulgò la natura della commensurabilità e incommensurabilità a chi non era degno di conoscere tale teoria si attirò un tale disprezzo che non solo lo si bandì dalla vita in comune e dalle associazioni (pitagoriche), ma fu costruita la sua tomba, come se l'ex affiliato si fosse posto al di fuori dell'intera comunità dei viventi"

Nel **"*Supplemento agli elementi*"** di **IPSICLE** (II sec. a.C.) ci sono importanti teoremi sul dodecaedro e l'icosaedro circoscritti ad una stessa sfera (alcuni sono, forse, di Apollonio di Perga (262–190 a.C.)).
Ricordiamo ancora gli studi fatti da **ERONE** (I sec. d.C.), dall'astronomo **TOLOMEO** (II sec. d.C.) e da **PAPPO** (IV sec. d.C.). Quest'ultimo nella sua opera **"*Synagoghé*"** (che significa Raccolta: 340 d.C. ca.) fornisce un nuovo metodo per la costruzione del dodecaedro e l'icosaedro.
Ormai era iniziato un periodo di decadenza dello studio della matematica e della filosofia, e a nulla valse lo sforzo di Pappo. Periodo oscuro che in occidente perdurerà fino al XV secolo, se si esclude **FIBONACCI** (1170-1240).
Lo studio della matematica in particolare e della conoscenza in generale trova terreno fertile in India con il grande matematico indù del VI secolo **ARYABHATA** (studi sul sistema posizionale delle cifre), e nel mondo arabo.
Con l'ascesa dell'Islam, la matematica ebbe un nuovo splendore. Fu istituita a Baghdad dal califfo al-Mamun (786-833) la Casa della Sapienza («Beit al-hikma»), inglobando tutto ciò che era rimasto del sapere della famosa università di Alessandria.

Un po' di storia…

Matematici del I millennio d.C.:

Erone (I secolo d.C.)
Tolomeo (II secolo d.C.)
Pappo (IV secolo d.C)

Poi si ha un periodo oscuro in occidente; ma in oriente, precisamente in India:

Aryabhata (VI secolo d.C.)

Mentre, con l'ascesa dell'Islam:

Mohammed ibn-Musa al-Khwarizmi
Abu Kamil Shuja (850-930 ca.)
Mohammed Abu'l-Wafa (940-998)

Più tardi in Italia:

Leonardo da Pisa (1170-1240)

Molti contributi in matematica furono di natura algebrica. Ricordiamo:

1. ***Mohammed ibn-Musa al-Khwarizmi***, che nell'anno 825 compose il trattato di algebra "*Kitab al-jabr wa al-muqabala*" (*La scienza del ristabilimento e della comparazione*).

2. ***Abu Kamil Shuja*** (nato in Egitto intorno all'859 e vissuto un'ottantina d'anni). Anche costui si occupò del rapporto aureo. I suoi libri furono i punti di partenza dei libri di Fibonacci.

3. ***Mohammed Abu'l-Wafa*** (940-998). Espose una serie di metodi ingegnosi per costruire pentagono e decagono sempre utilizzando il rapporto aureo.

Leonardo da Pisa (1170-1240)

“ *Le nove cifre indiane sono 9 8 7 6 5 4 3 2 1. Con queste nove cifre, e col segno 0… si può scrivere qualunque numero, come dimostrato qui di seguito*”.

E’ l’inizio della sua grande opera

“LIBER ABACI” del 1202.

E ancora, per scusarsi degli eventuali errori riportati nell’opera:

“ *Se per caso ho omesso qualcosa di più o meno giusto o necessario, domando indulgenza, dal momento che nessuno è senza difetti ed esperto di ogni questione* “.

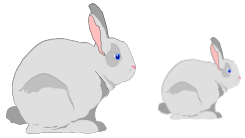
Il genio e l’umiltà di questo grande matematico pisano fece fare un salto di qualità al rapporto aureo, e nelle più svariate discipline.

Il nome di Fibonacci (figlio dei Bonacci) gli fu dato dallo storico della matematica **Guillame Libri** nel suo trattato del 1838 " *Storia delle scienze matematiche in Italia* ".
Mentre Leonardo si riferisce a se stesso col nome di Leonardo Bigollo, dove Bigollo sta a significare "viaggiatore" nel dialetto toscano, o "notabile" nel dialetto veneziano.
Leonardo viaggiò molto, in effetti, nell'area mediterranea. Vi soggiornò per periodi più o meno lunghi, specie a Bugia (L'odierna Bejaïa**) in**
Algeria. Venne a contatto con la cultura islamica e le opere dei grandi matematici arabi. Portò in Europa la conoscenza e l'uso delle cifre indiane che piano piano soppiantarono il sistema, quasi inutilizzabile per il calcolo, dei numeri romani.
Fu introdotto l'uso dell'abaco, parola che, pare, derivi dal termine ebraico **"avaq"** che significa **"polvere"** con cui erano ricoperte le tavolette usate per fare di conti: i segni potevano, cosi, essere tracciati e cancellati con facilità.
Mentre l'abaco è uno strumento con tante palline forate inanellate su fili paralleli. Partendo dal basso, il primo filo rappresenta l'unità, il secondo le decine e cosi via. Si osservi che l'abaco approssima il sistema posizionale ed è usato tutt'oggi in alcuni paesi orientali.

Nel Liber Abaci è riportato il seguente problema:

"Un uomo mise una coppia di conigli in un luogo circondato da tutti i lati da un muro. Quante coppie di conigli possono essere prodotte dalla coppia iniziale in un anno supponendo che ogni mese ogni coppia produca una nuova coppia in grado di riprodursi a sua volta dal secondo mese?"

Inizio: 1 coppia adulta



1° mese: 1 coppia adulta e 1 coppia giovane

2° mese: 2 coppie adulte e 1 giovane

3° mese: 3 coppie adulte e 2 giovani

4° mese: 5 coppie adulte e 3 giovani

5°mese: 8 e 5

Si osserva che le coppie adulte formano una successione:

1, 1, 2, 3, 5, 8, …

E le coppie giovani formano esattamente la stessa successione con un mese di ritardo. Per l'esattezza la successione in questione è:

0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, …
(con l'aggiunta dello 0 perché il primo mese la coppia giovane non c'è)

Successione di Fibonacci

0 1 1 2 3 5 8 13 21....

Il numero totale di coppie si ottiene sommando i numeri corrispondenti delle due successioni.

1, 1, 2, 3, 5, 8, … *successione coppie adulti*

0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, … *successione coppie giovani*

↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓

sommando si ha 1, 2, 3, 5, 8, 13, …

che rappresenta una successione uguale a quella degli adulti, omettendo il primo termine.

Una tale successione è stata chiamata di Fibonacci dal matematico francese **Edouard Lucas** (1842-1891). Nel 1634 il matematico **Albert Girard** propose una notazione per una generalizzazione:

$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$ con F_n il termine di posto **n**.

Ovviamente, Fibonacci non è famoso per la storia dei conigli ma per il fatto che la sua successione trova applicazione in un grande numero di fenomeni apparentemente non collegati tra loro.

Inoltre, per **n** sufficientemente grande si ha:

$$F_{n+1}/F_n = \Phi = 1{,}618033..$$

Proprietà scoperta da **Keplero** e dimostrata dal matematico scozzese **Robert Simson** (1687-1768).

Alcune proprietà dei numeri di Fibonacci

1. Dati due numeri x e y, se ne fa la somma x + y, e poi x + y + y, e poi x + 2y + x + y, e poi 2x + 3y + x + 2y = 3x + 5y e così via.

   Dopo un numero sufficiente di passaggi, per esempio dal decimo in poi, dividendo il decimo termine (= 55x + 89y) per il nono termine (= 34x + 55y) si ottiene il rapporto aureo Φ:

$$\frac{55x + 89\,y}{34x + 55y} = \Phi = 1{,}618\ldots \qquad \left(\frac{F_n \cdot x + F_{n+1} \cdot Y}{F_{n-1} \cdot x + F_n \cdot y} = \Phi \right)$$

2. Sommando dieci termini consecutivi, scelti a piacere all'interno della successione di Fibonacci, il risultato è uguale al prodotto di 11 per il termine che occupa il settimo posto fra i dieci termini scelti:

$$\Sigma\, F_p = F_{n+6} \cdot 11 \qquad \text{con } n \in N - \{0\} \qquad [F_{n+6} \text{ occupa il } 7^\circ \text{ posto}]$$

3. Più in generale, partendo da due numeri x e y qualsiasi, come in 1., sommandoli e sommando il termine ottenuto col precedente e così via, si ottiene una successione all'interno della quale, considerando 10 termini consecutivi a piacere si ha che la loro somma è uguale al prodotto di 11 per il termine che occupa il 7° posto fra i dieci termini scelti.

<u>Es.:</u> x = 7, y = 10, 17, 27, 44, 71, 115, 186, 301, 487

ebbene: 7 + 10 + 17 + 27 + 44 + 71 + 115 + 186 + 301 + 487= 1265= 11 · 115

4. Per calcolare un numero di Fibonacci, qualsiasi sia la sua posizione occupata nella

successione, il matematico **F. J. P. M. BINET** (1786-1856) propose la seguente formula:

$$F_n = \frac{1}{\sqrt{5}} \left(\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2} \right)^n - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2} \right)^n \right)$$

dove chiaramente $\frac{1+\sqrt{5}}{2} = \mathbf{\Phi}$ e $\frac{1-\sqrt{5}}{2} = \frac{1}{\mathbf{\Phi}}$

(Tale formula pare fosse già nota al prolifico EULERO (1707-1783), nonché all'altro matematico **A. de MOIVRE** (1667-1754))

Ora per n sufficientemente grande, la quantità $\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^n$ tende a zero. Per cui si ha che

$$F_n = \frac{\mathbf{\Phi}^n}{\sqrt{5}}$$ arrotondato all'intero più vicino.

Il generico termine della successione di Fibonacci, per *n* sufficientemente grande:

$$F_n = \frac{\Phi^n}{\sqrt{5}} \text{ arrotondato all'intero più vicino}$$

<u>Es.:</u> Il dodicesimo termine è $F_{12} = 144$. Ebbene:

$$F_{12} = \frac{1,618^{12}}{\sqrt{5}} = 143,96 \xrightarrow{\text{arrotondato all'intero più vicino}} 144$$

5. $F_1 + F_2 + \ldots + F_n = F_{n+2} - 1$

6. Il matematico **CHARLES RAINE** scoprì la seguente proprietà:
Si scelgano quattro numeri qualsiasi di Fibonacci, purché consecutivi;
Allora si ha che il prodotto degli estremi, il doppio del prodotto dei medi, la somma dei quadrati dei medi <u>formano una terna pitagorica.</u>

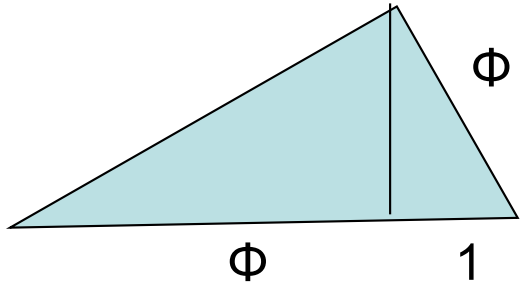
Es.: 1 1 2 3 5 8 13 21 34 …..

5, 8, 13, 21

Gli estremi di questa quaterna sono 5 e 21 e il loro prodotto è 105;
I medi sono 8 e 13 il cui doppio prodotto è 208;
La somma dei quadrati dei medi è 64 + 169 = 233
Infatti: $105^2 + 208^2 = 233^2$
In simboli, indicando con F_{n-2}, F_{n-1}, F_n, F_{n+1} la quaterna si ha:

$$(F_{n-2} \cdot F_{n+1})^2 + (2\, F_{n-1} \cdot F_n)^2 = (F_{n-1}^2 + F_n^2)^2$$

7. L'interesse sempre maggiore di Keplero per il rapporto aureo portò l'astronomo a formulare un teorema che fu inviato al maestro Mästlin:



"Se su una linea chiusa secondo la proporzione estrema e media si costruisce un triangolo rettangolo, in modo che l'angolo retto sia sulla perpendicolare del punto di sezione, allora il cateto minore sarà uguale al segmento maggiore della linea che è stata divisa"

Dalla descrizione appare chiaro che AB è diviso in modo che AD sia la sezione aurea. Dal punto D si innalza l'altezza DC, di modo che il triangolo ACB risulti rettangolo in Ĉ.

Ebbene BC = AD = **Φ**

8. $\Phi = 1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \dots}}$ Infatti, posto $x = 1 + \cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\dots}}}$, si ha $x-1 = \cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\dots}}} = \frac{1}{x}$ da cui $x^2 - x - 1 = 0$, equazione la cui soluzione è ϕ.

9. $\Phi = \sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{1+\dots}}}$ (si pone $x = \sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{1+\dots}}}$, si elevano al quadrato ambo i membri e si ha $x^2 = 1 + \sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{1+\cdots}}} = 1+x$ da cui $x^2 - x - 1 = 0$, la cui soluzione è ancora ϕ.

10. F_n^2 differisce di non più di una unità da $F_{n-1} \cdot F_{n+1}$. Questa particolarità suggerisce la soluzione di un paradosso presentato dal grande inventore di enigmi matematici Sarn **LOYD** (1841-1911).

Molti contributi in matematica furono di natura algebrica. Ricordiamo:

1. ***<u>Mohammed ibn-Musa al-Khwarizmi</u>***, che nell'anno 825 compose il trattato d algebra "*Kitab al-jabr wa al-muqabala*" (*La scienza del ristabilimento e della comparazione*). Lasciamo parlare al-Khwarizmi:

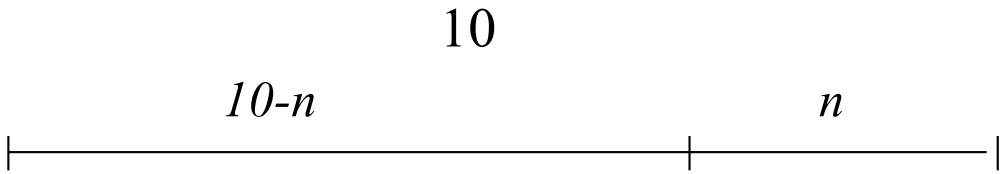
   "Ho diviso 10 in due parti; una l'ho moltiplicata per dieci, l'altra per se stessa, e i prodotti erano uguali"

   Al-Khwarizmi chiama l'incognita **shai** (che significa **cosa**).

   Perciò si ha, in simboli odierni:

$$10\,n = (10 - n)^2$$

   E ciò corrisponde al segmento di una linea di lunghezza 10 divisa secondo il rapporto aureo



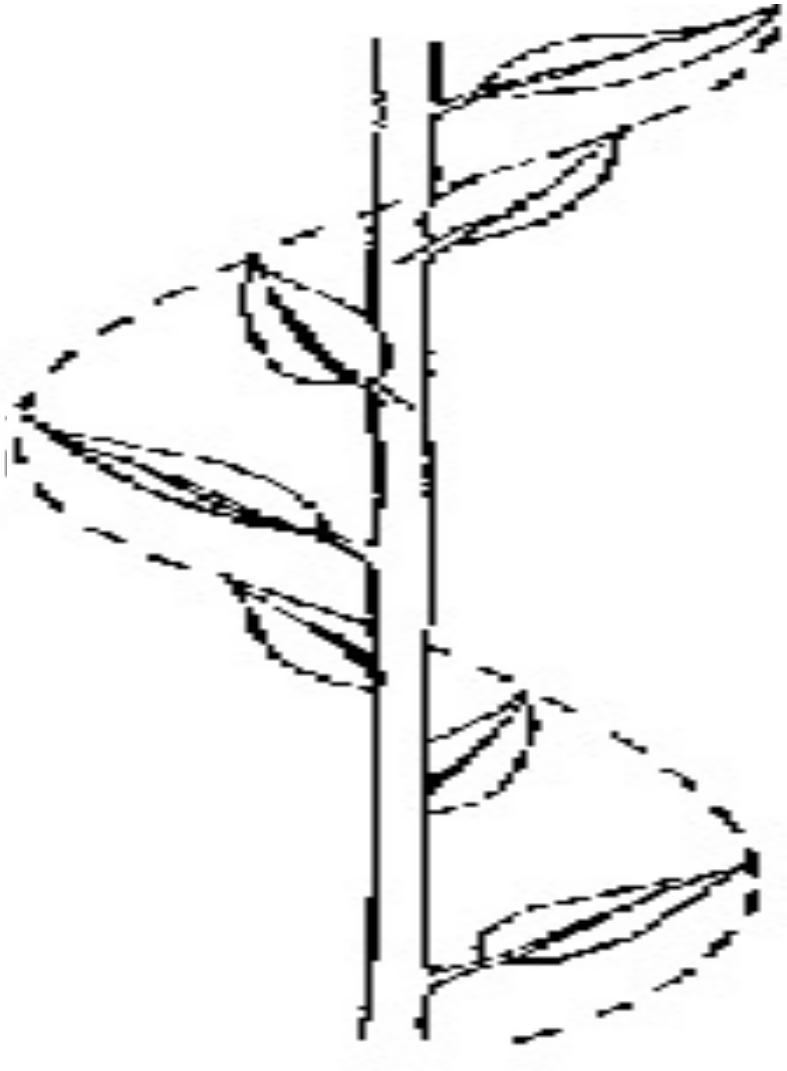
   dove la parte aurea è rappresentata da *10-n*. Poi, dalla parola "shai" l'incognita in latino "res".

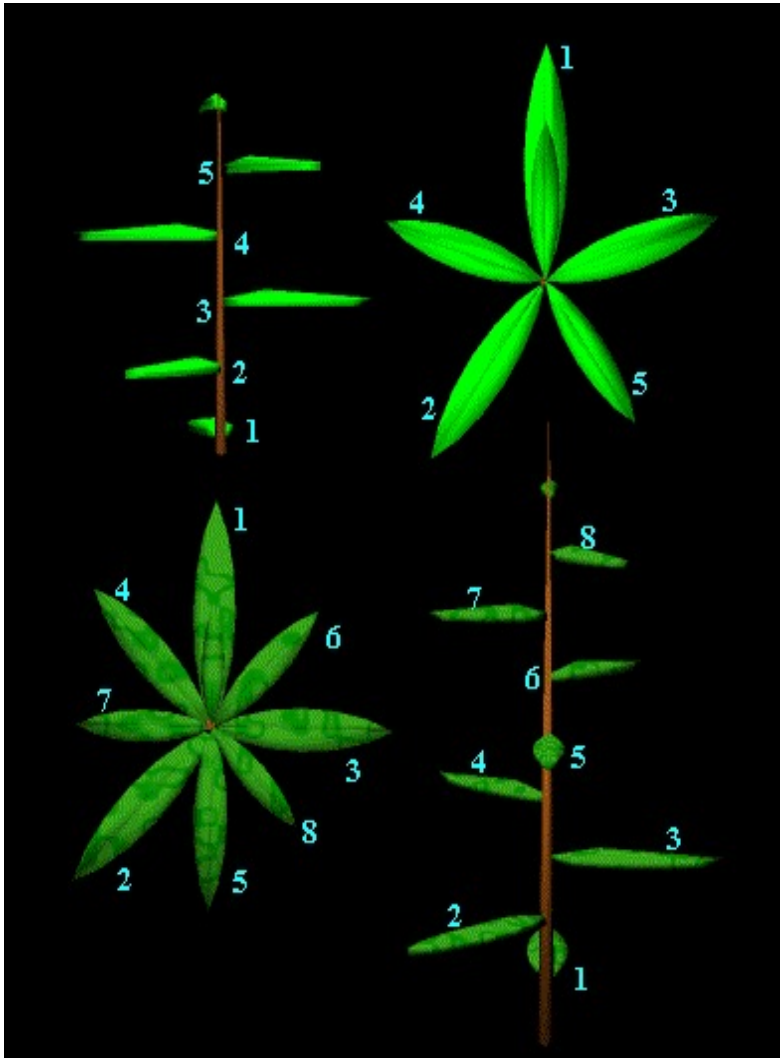
2. ***<u>Abu Kamil Shuja</u>*** (nato in Egitto intorno all'859 e vissuto un'ottantina d'anni). Anche costui si occupò del rapporto aureo. I suoi libri furono i punti di partenza dei libri di Fibonacci.

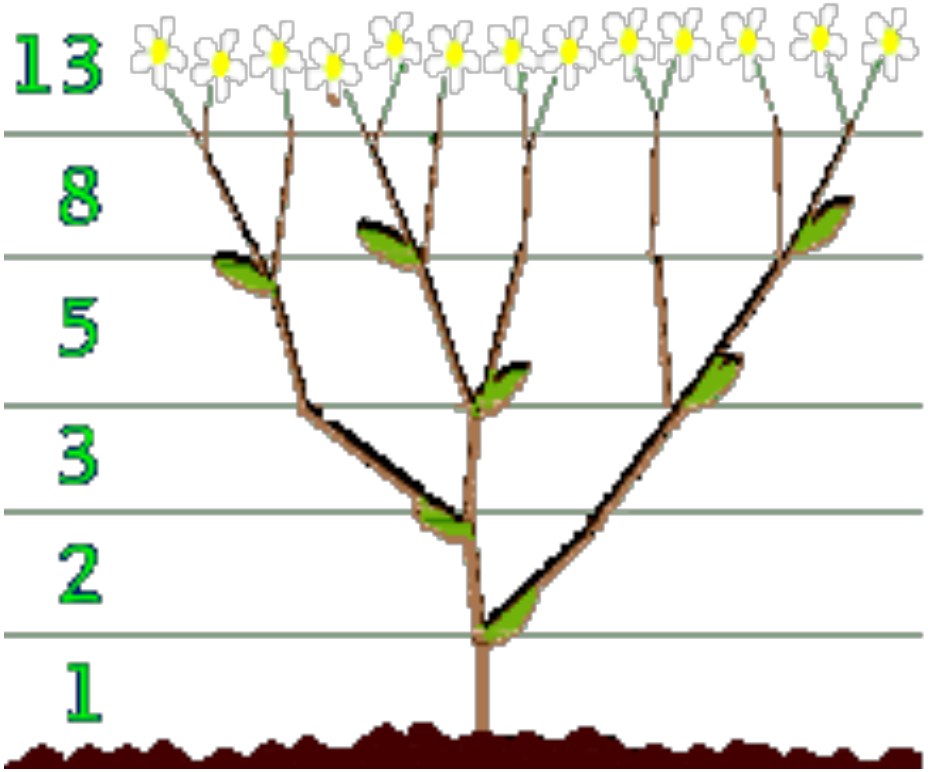
3. ***<u>Mohammed Abu'l-Wafa</u>*** (940-998). Espose una serie di metodi ingegnosi per costruire pentagono e decagono sempre utilizzando il rapporto aureo.

F I L L O T A S S I

(disposizione delle foglie e dei rami)

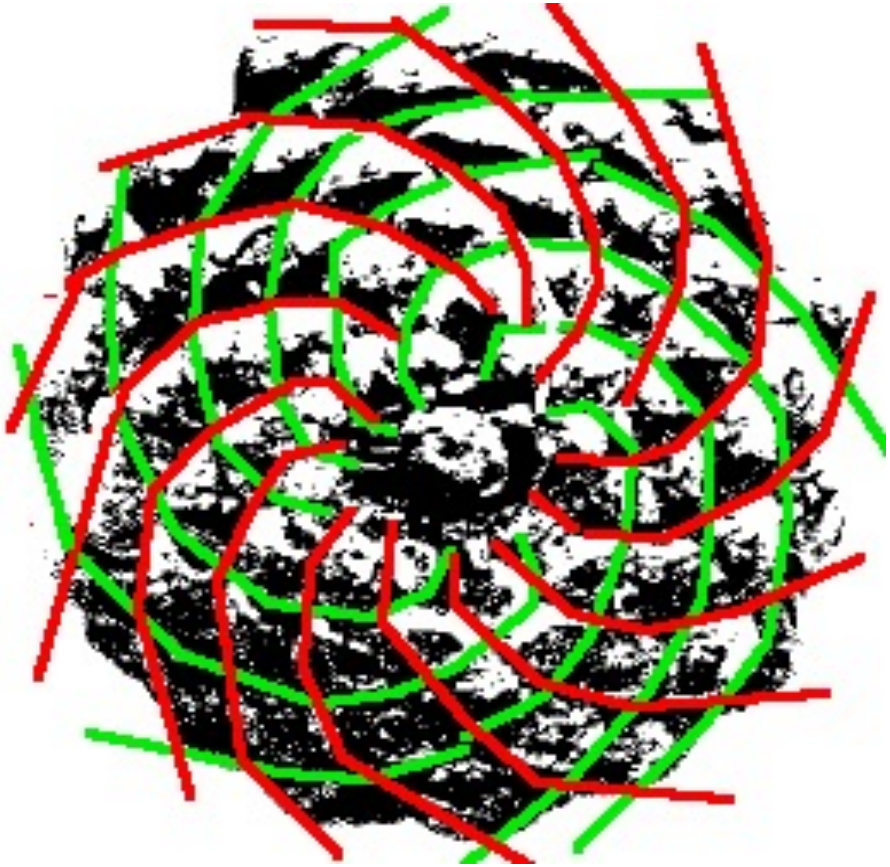





13
8
5
3
2
1

Pigna

Bonnet, con l'aiuto del matematico G. L. Calandrini, scoprì schemi a forma di *spirale* nelle squame delle pigne d'abete e nelle squame esagonali che rivestono l'ananas.



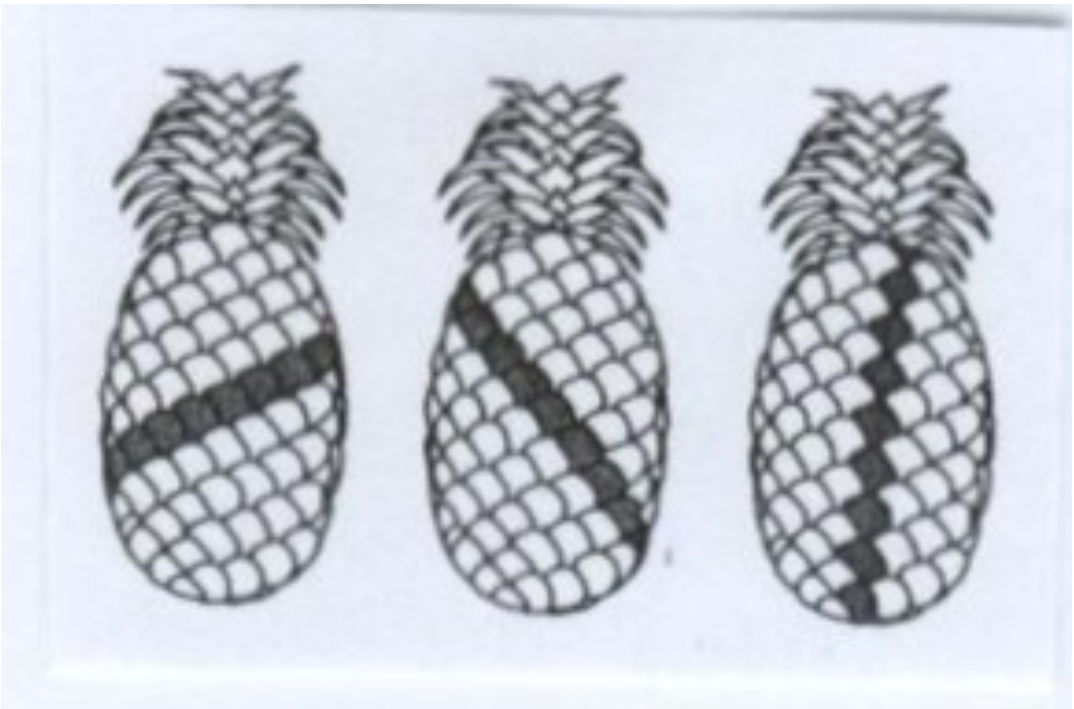
Ananas

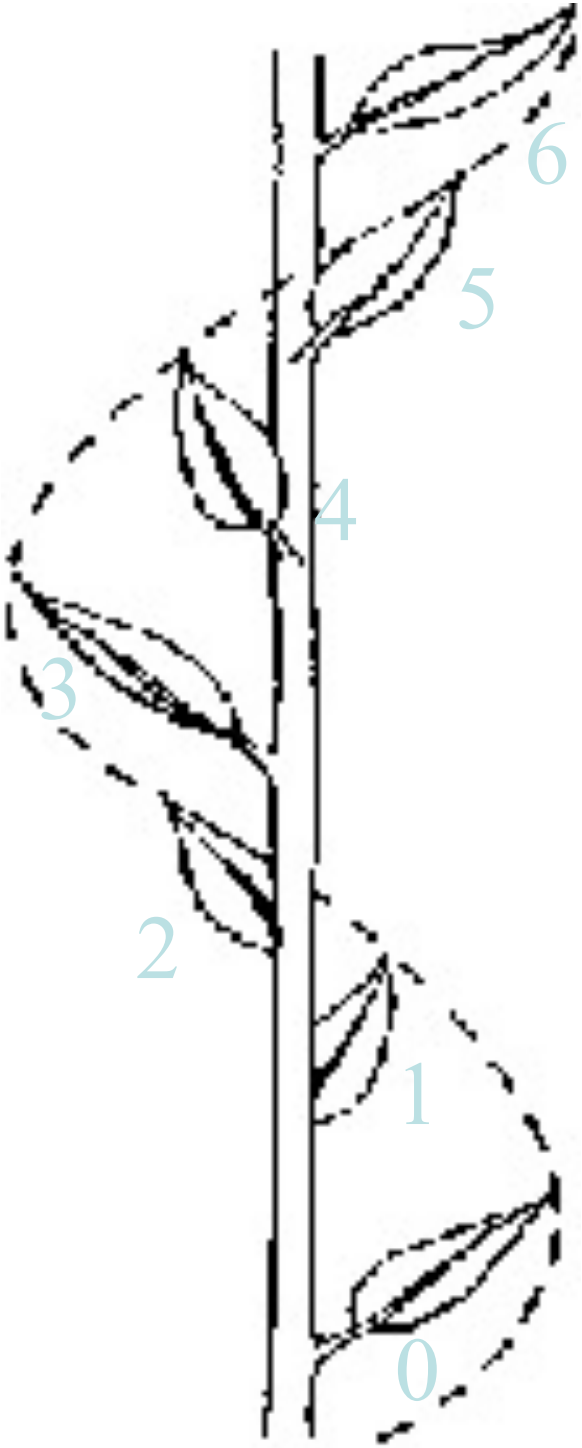
Per quanto riguarda l'ananas, ognuna delle squame appartiene a tre diverse spirali:

- 8 da sinistra a destra;
- 13 da destra a sinistra (salgono più rapidamente);
- 21 quasi verticali da sinistra a destra.

Tutti i numeri di spirali (5, 8, 13, 21) sono termini di Fibonacci.

Di ogni pianta, l'apice vegetativo, costituito da un tessuto molle chiamato *meristema* che è responsabile della crescita, è a forma quasi conica.



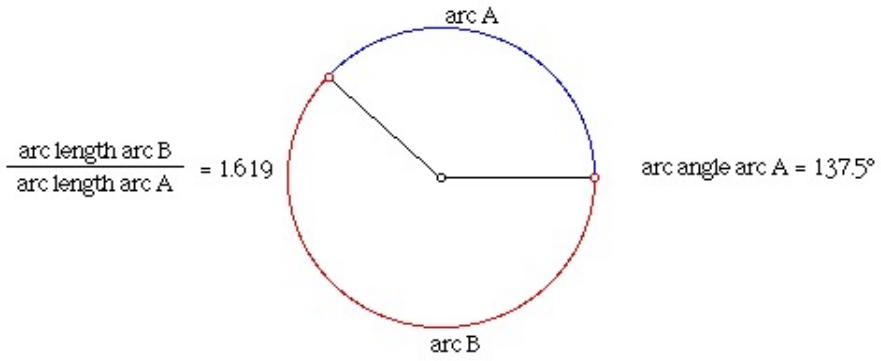


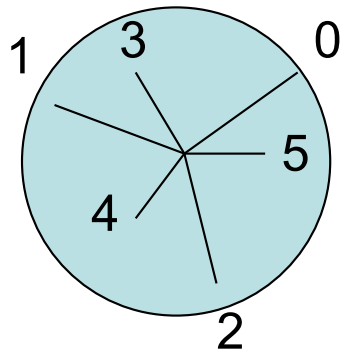
L'abbozzo della foglia «0», che si è formato per primo, è il più lontano dall'apice vegetativo ed è anche il più esterno rispetto al fusto. L'abbozzo «1» un pò meno esterno rispetto al fusto, così per l'abbozzo «2», e così via.

Le linee rette che congiungono il centro del fusto e l'abbozzo della foglia formano un «angolo di divergenza» di 137°30' (chiamato *angolo aureo*).
E 137,5° è la differenza tra 360° e 360°/**Φ**. In altre parole:

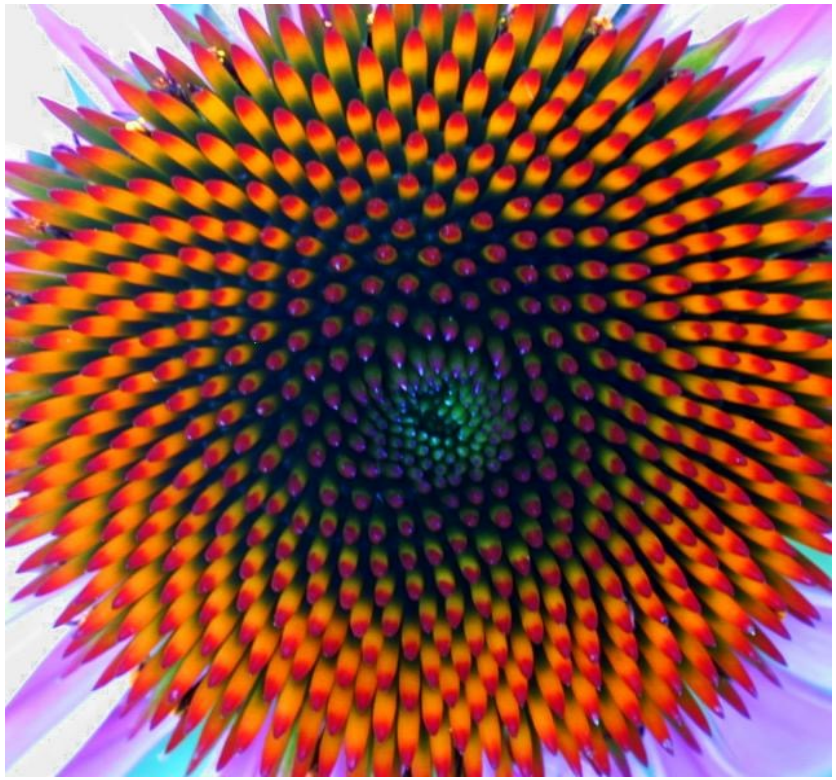
$$360°/\ \Phi = 222.5°$$

per cui l'angolo minore è 360°-222,5°=137,5°

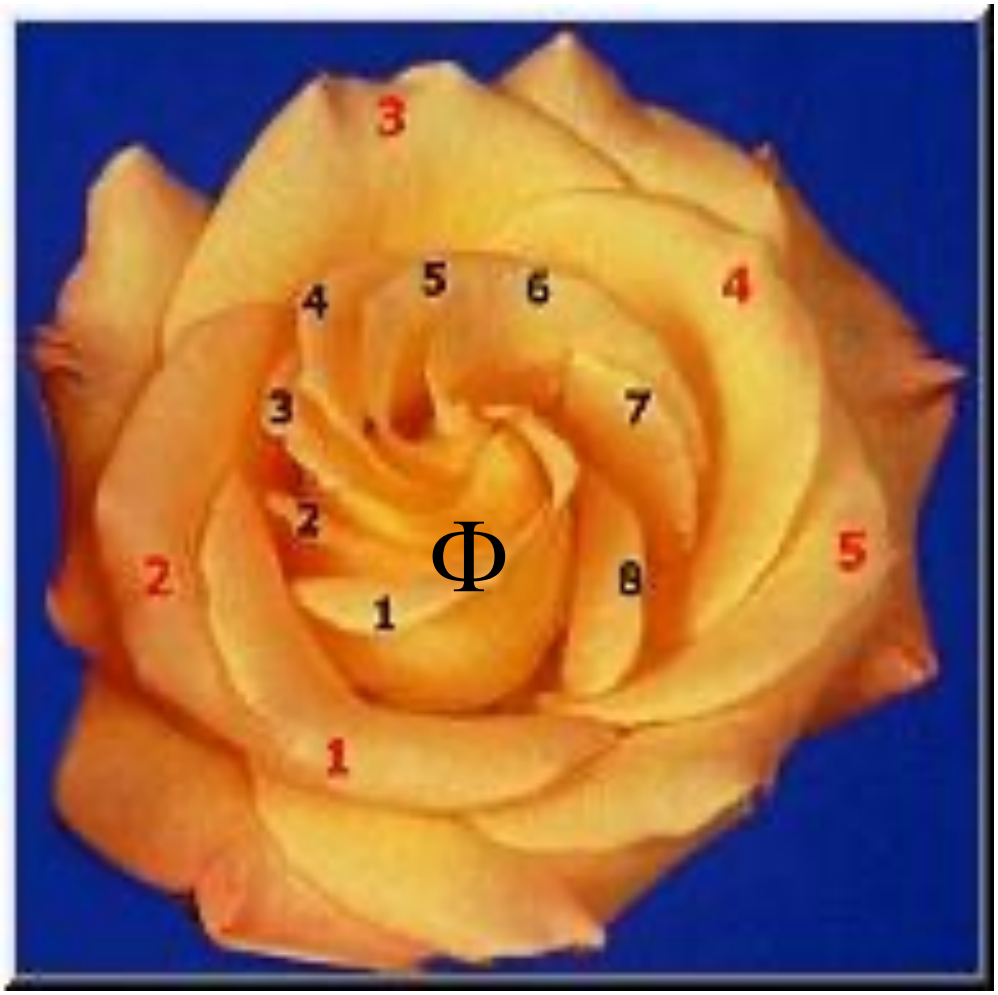


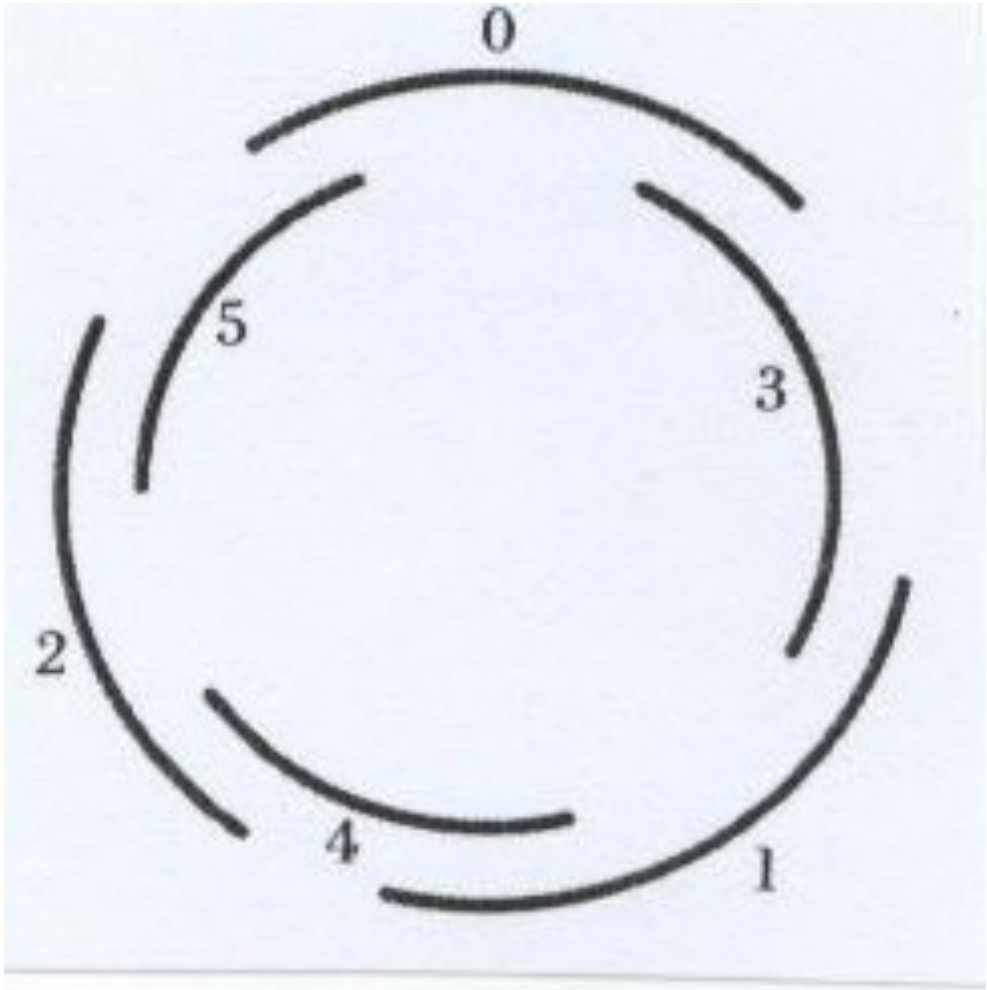


Girasole



Rosa





1x1,618=1,618 parte decimale:0,618
2x1,618=3,236 parte decimale:0,236
E cosi via

Viene spontanea la domanda: perché la disposizione spiraliforme delle foglie (man mano che la pianta cresce) avviene nel rispetto dell'angolo aureo di 137,5°?
Alcune risposte si basano sulle proprietà geometriche delle disposizioni.

L' angolo aureo è preferibile ad altri mulitpli irrazionali di 360°, perché Φ è il valore verso cui converge la frazione continua

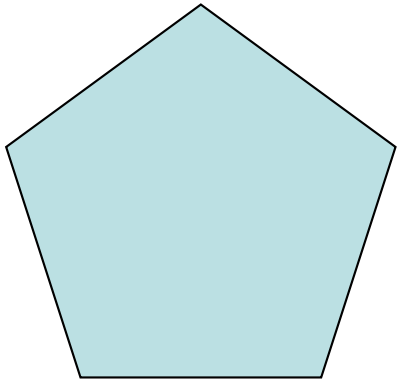
$$1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \ldots}}$$

(vedi il punto 8. della diapositiva 30) che contiene solo il numero 1; la convergenza avviene in modo lento.
Così che il Φ è il <<più irrazionale>> degli irrazionali.

RICOPRIMENTO DI UNA SUPERFICIE

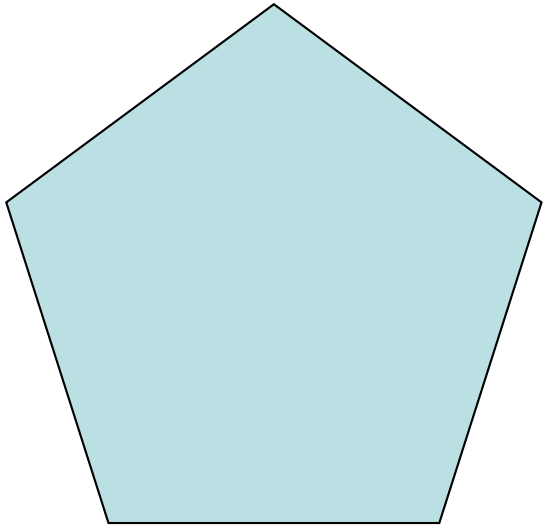
E' possibile ricoprire completamente una superficie con mattonelle di forma quadrata, di triangolo equilatero, esagonale con periodicità, avendo il quadrato simmetria quadrupla, il triangolo equilatero simmetria tripla, l'esagono simmetria sestupla.

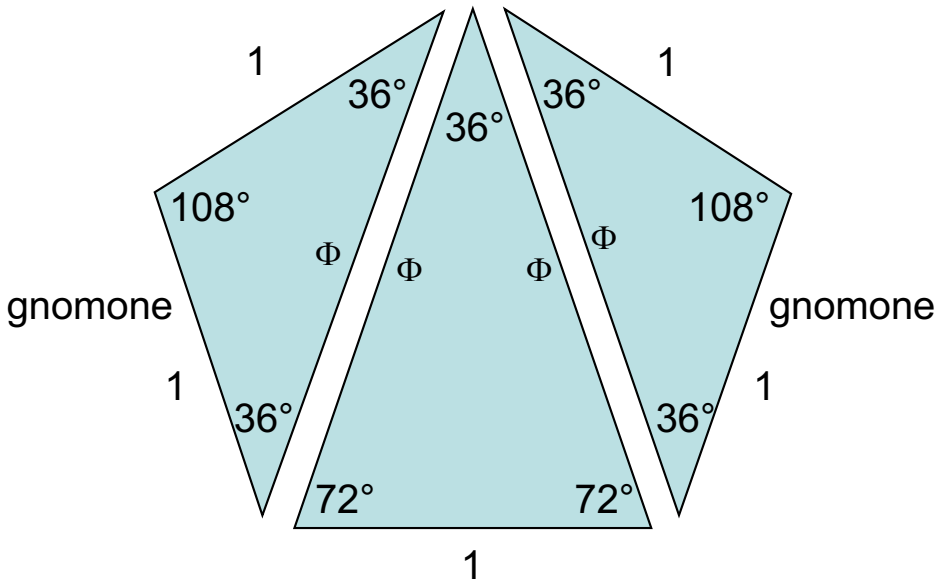
<u>L'Alhambra di Granada</u> ci mostra complessi intarsi; ne ricaviamo che è possibile ricoprire completamente una superficie con forme anche più complesse.



Il pentagono, legato al rapporto aureo in modo, per cosi dire, privilegiato, non copre una superficie in modo completo e regolare. Tuttavia, combinando opportunamente il triangolo aureo e lo gnomone aureo, si ottengono nuove figure.

PENTAGONO





Triangolo aureo

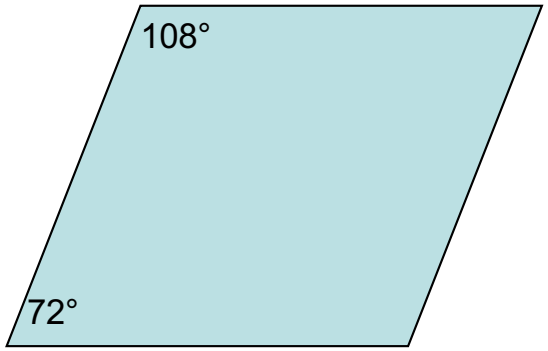


Fig.a

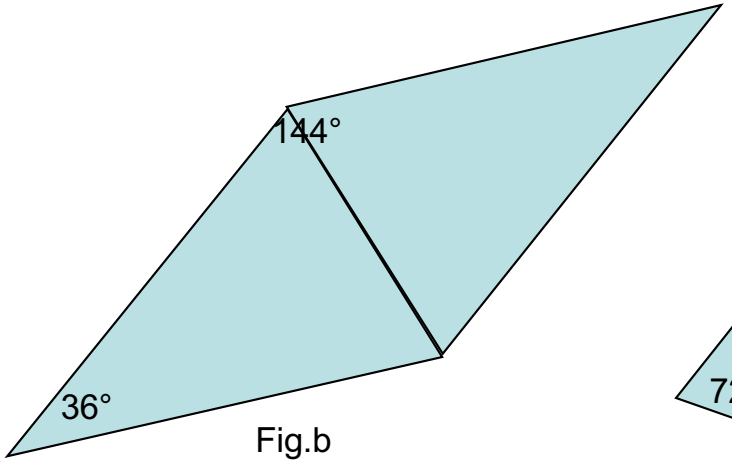


Fig.b
(Rombo stretto)

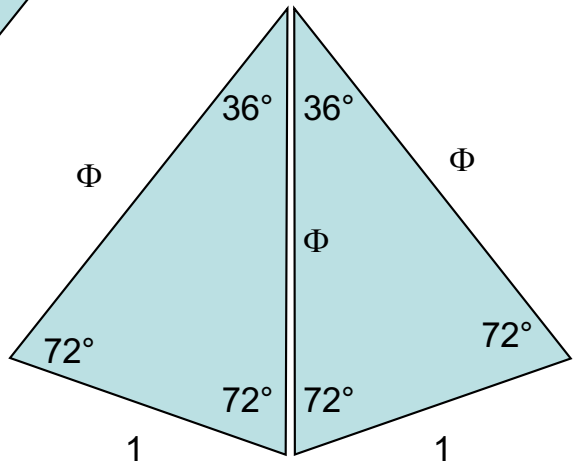


Fig.c
aquilone

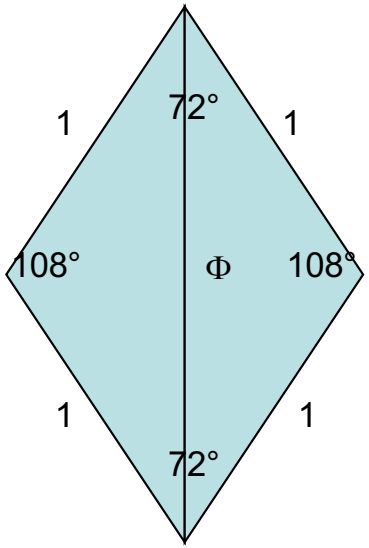


Fig.d
Composizione di due gnomoni

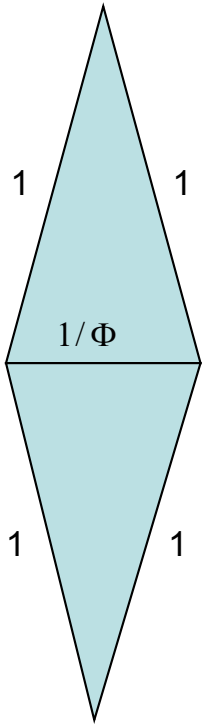


Fig.e
Composizione di due triangoli aurei
(Rombo stretto)

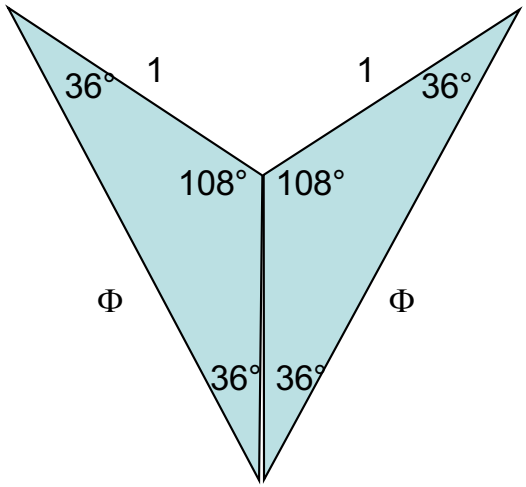


Fig.f
dardo

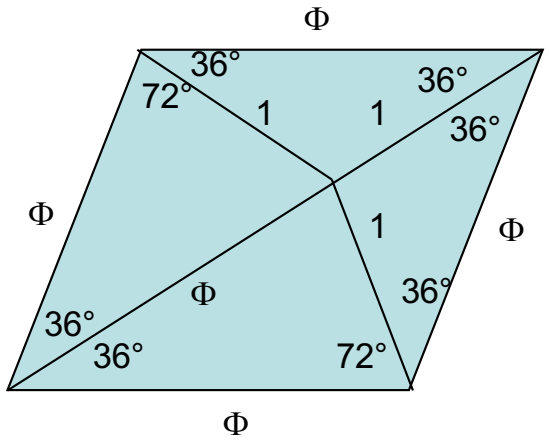
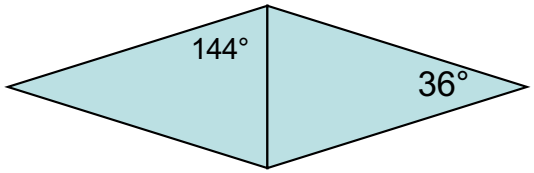


Fig.g
Dardo+aquilone=rombo largo o ottuso

Combinazione di due triangoli aurei



a) Rombo “stretto” o “acuto”

Ebbene, il fisico di Oxford Roger Penrose e il matematico di Princetown John Horton Conway hanno dimostrato che è possibile ricoprire una superficie in modo non periodico utilizzando dardi e aquiloni, rombi larghi e rombi stretti, combinazioni di 2 gnomoni e combinazioni di 2 triangoli aurei, purchè siano rispettate alcune <u>regole combinatorie</u>.

Non solo, ma il rapporto tra

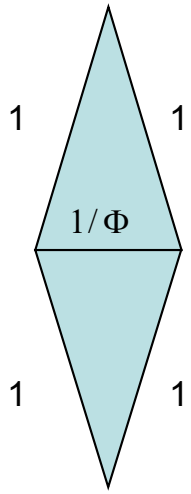
$$\frac{\text{Numero aquiloni}}{\text{Numero dardi}}$$

Tende a Φ col crescere dell’area della superficie.

Mentre ancora una volta, il rapporto

$$\frac{\text{Numero rombi larghi}}{\text{Numero rombi stretti}}$$

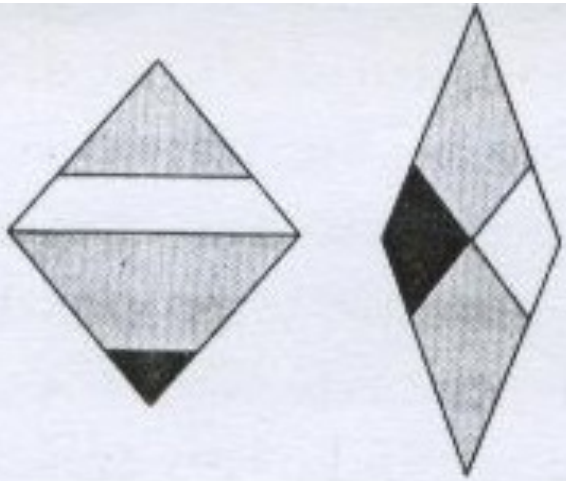
Tende a Φ al crescere della area della superficie da ricoprire.

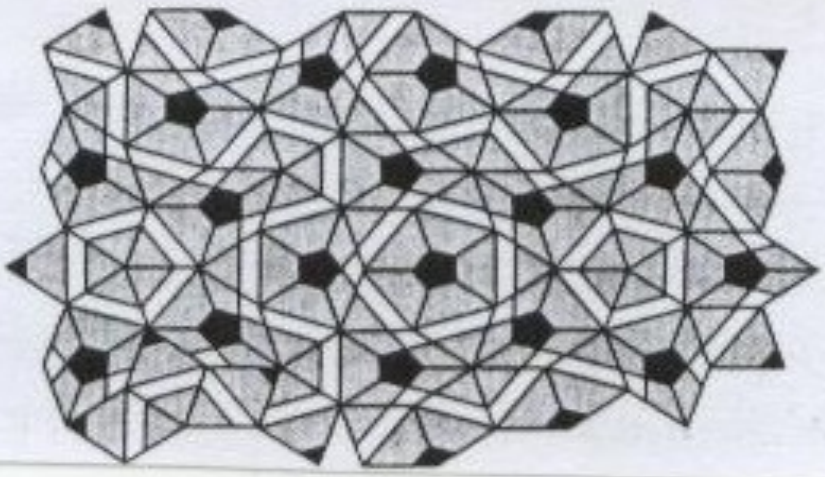


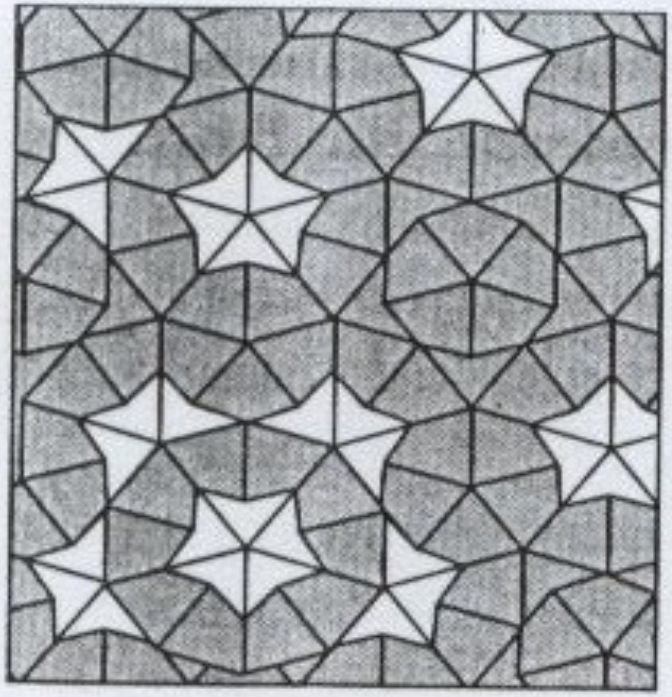
b)

I tasselli di Penrose rispettano il rapporto aureo in ogni loro parte.

I 2 scienziati inoltre, hanno provato, che dardi e aquiloni possono ricoprire una superficie combinandosi in un numero di modi non-periodici, praticamente illimitato;ogni schema riconoscibile in una parte della superficie è circondato da altri schemi. Tutto ciò nel piano. E nello spazio?

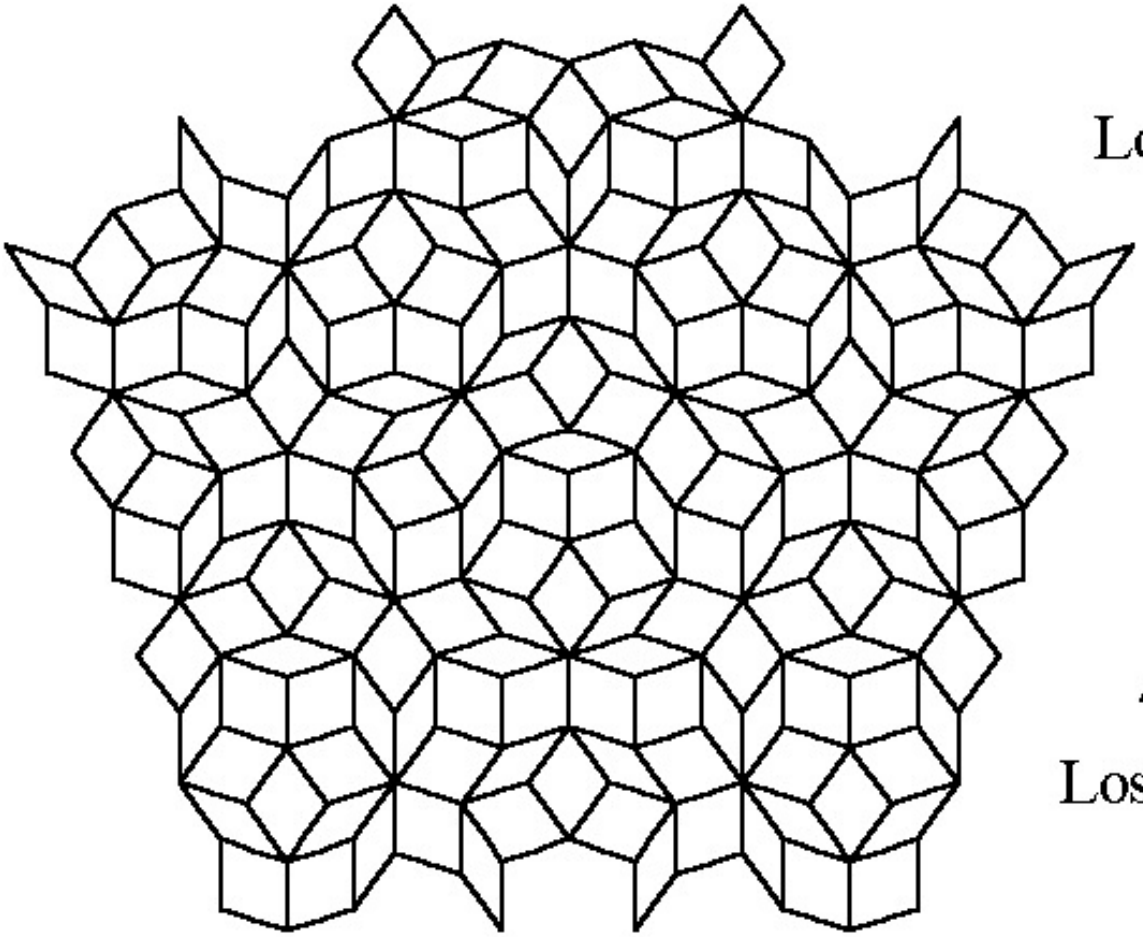




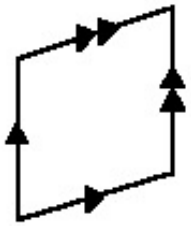


(a)

(b)



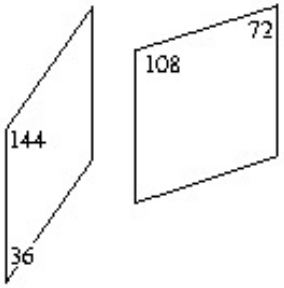
Losange gras G

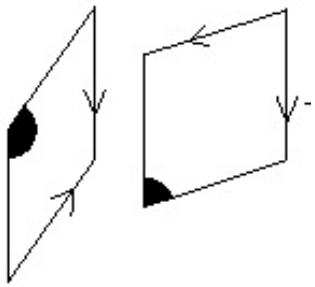


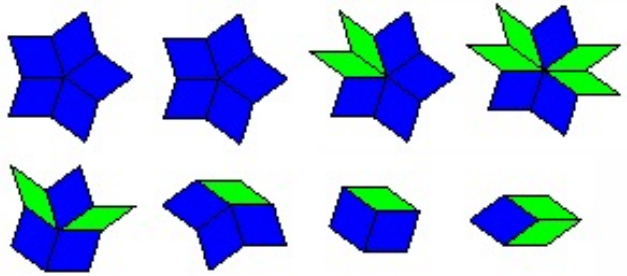
Losange maigre M

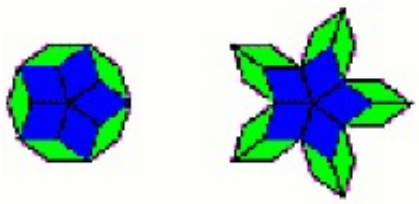
Flèches = règles d'assemblage

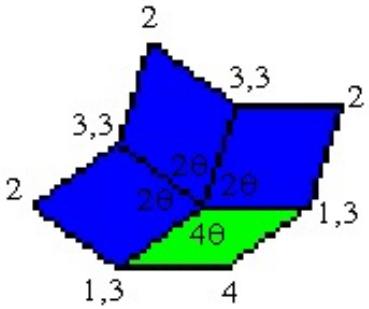
Tessere di Penrose

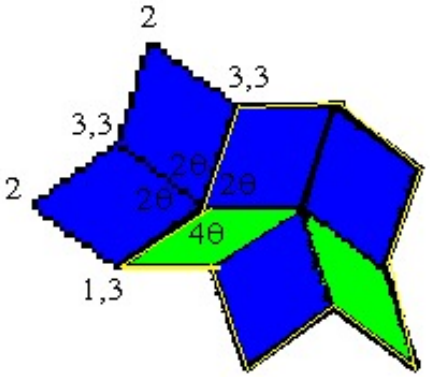


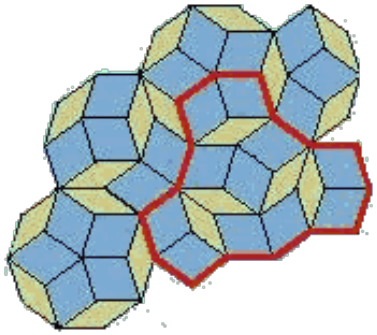




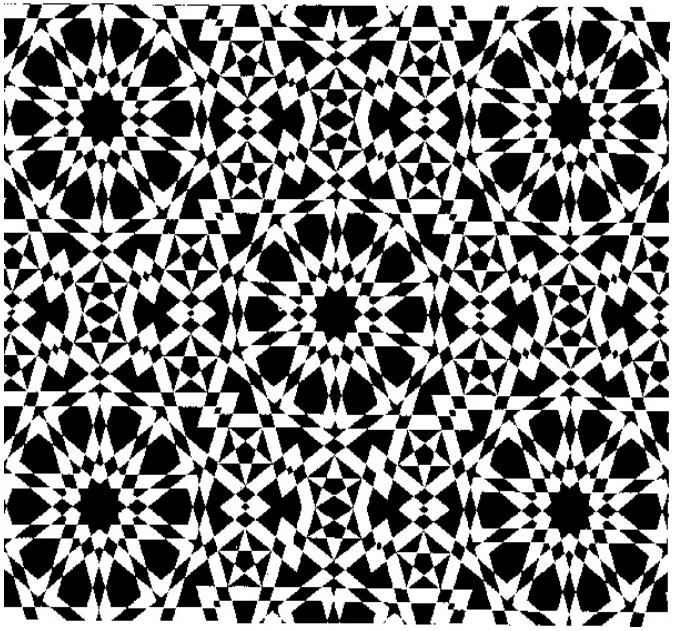


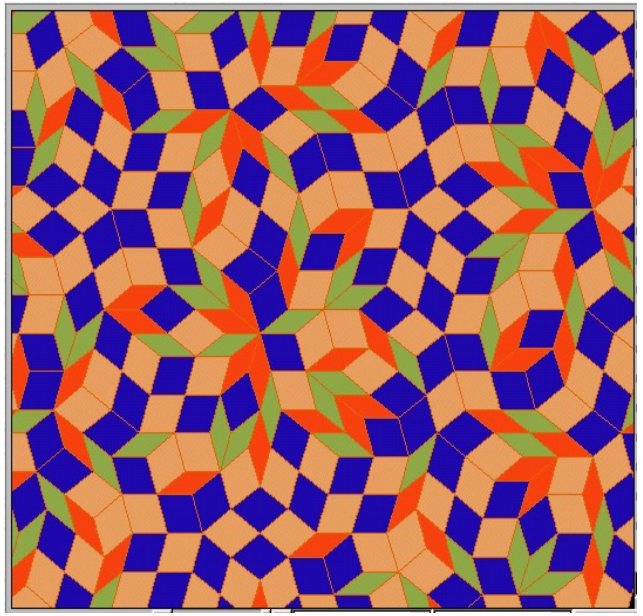


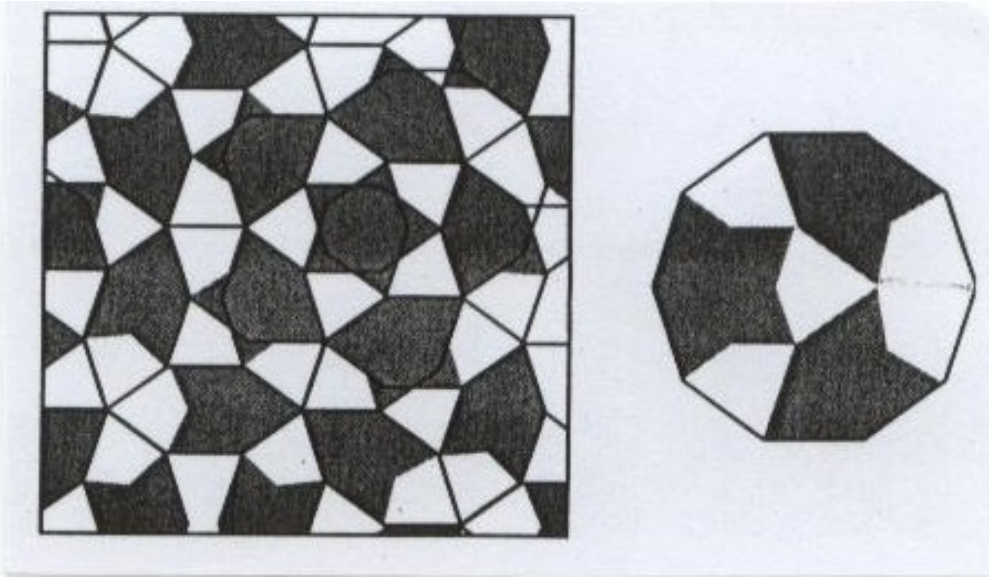




Intarsi



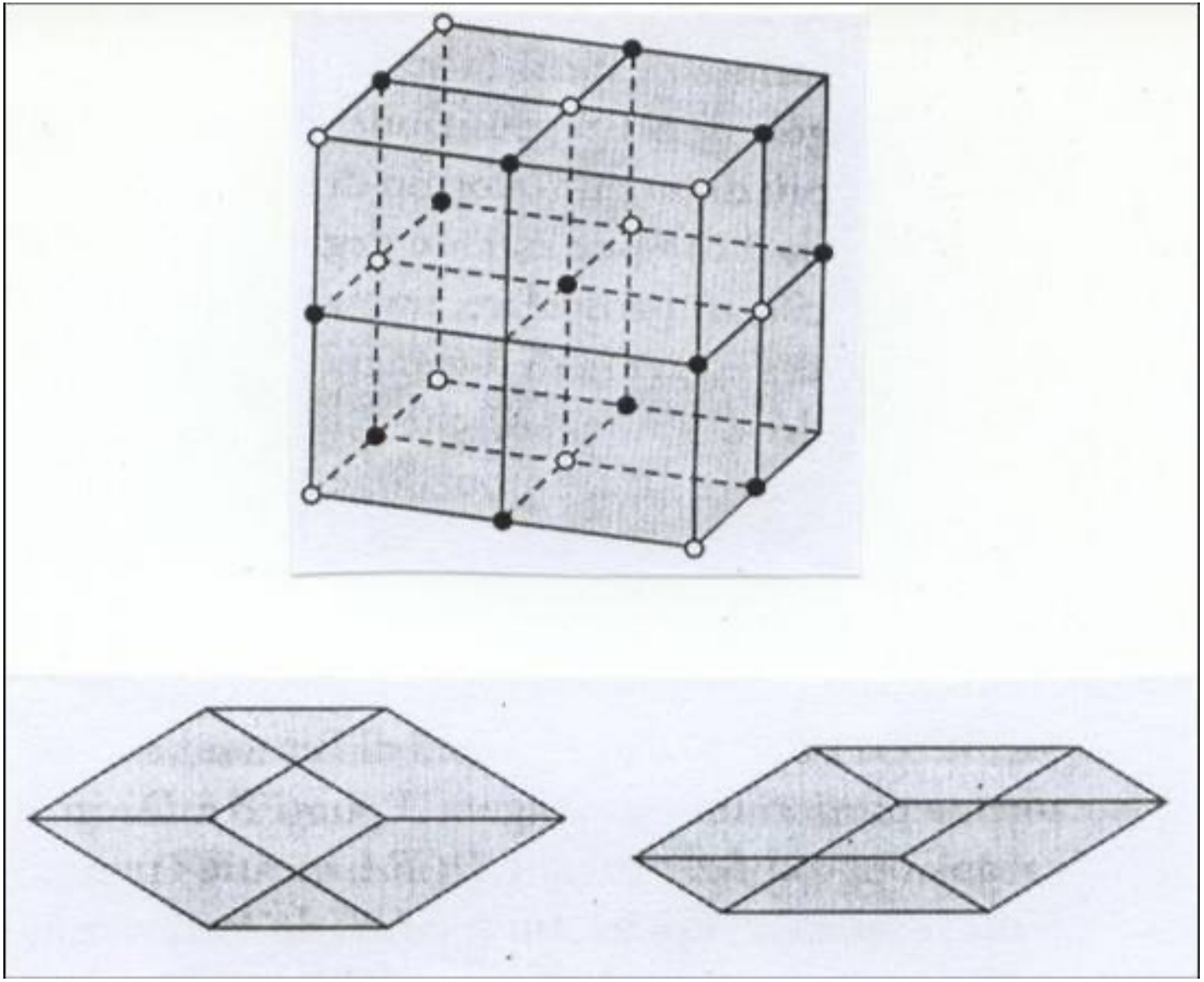




Nello spazio tridimensionale un volume può essere riempito completamente dai tasselli di Penrose (ovviamente tridimensionali). Nel 1976 il matematico R. Ammon ha dimostrato che è possibile riempire completamente un volume con 2 tasselli tridimensionali, a forma di cubo, chiamati "romboedri" basta rispettare una serie di regole di giustapposizione delle facce. Lo schema è non periodico e i romboedri sono aurei, nel senso che le loro facce sono identiche ai rombi dei tasselli bidimensionali di Penrose. A seguito di quanto fin qui detto, nel 1984 l'israeliano Dany Schectman, con i suoi collaboratori, scopri che i cristalli di una lega di alluminio-manganese ha un ordine su larga scala e una simmetria quintupla (come il pentagono). Si riteneva sino ad'allora che solidi potessero esistere solo in due forme: cristallina (come il cloruro di sodio), completamente ordinata e periodica, e amorfa (come il vetro dove la posizione degli atomi non ha alcun ordine). Si pensava, cioè, che esistessero solo cristalli a simmetria tripla, quadrupla, sestupla.

I cristalli di Schectman, invece, avevano un elevato grado di ordine (come i cristalli periodici)e, organizzati secondo una simmetria quintupla. In altre parole esistono forme solide della materia che sono sia cristalline sia amorfe.

Furono chiamati "quasicristalli" perché non sono nè esattamente periodici, né amorfi. Intanto i tasselli di Penrose e i romboedri di Amman non aiutano a capire il perché dell'esistenza dei quasicristalli. Ci sono stati vari tentativi e ricerche, finché il matematico Sergei E. Burkov, fisico teorico dell'istituto Landau di Mosca, ha dimostrato che è sufficiente una sola unità decagonale, con un'opportuna sovrapposizione dei tasselli, per ottenere la quasi periodicità.



romboedri

E nel 1996 Petra Gummelt dell'università Ernst Moritz Arndt dimostrò per la prima volta ed in modo rigoroso che l'intarsio di Penrose si può ottenere con un decagono opportunamente decorato e con una specifica regola di sovrapposizione; due decagoni si possono sovrapporre solo se le aree ombreggiate della decorazione si sovrappongono a loro volta. E il decagono è legato strettamente al rapporto aureo.

Gli studi della Gummelt hanno consentito ai fisici Paul Sceinhardt dell'università di Princeton e Hyeong-Chai Jeong dell'università Seiong di Seul di affermare come pure regole matematiche si possono applicare alla fisica: nei quasicristalli gruppi atomici identici condividono atomi con i loro vicini col risultato di dare al sistema più stabilità con una maggior densità e minore energia.

I due fisici, nel tentativo di provare sperimentalmente il loro modello, nel 1998 sottoposero una lega quasicristallina di Alluminio, Nichel e Cobalto al bombardamento con i raggi X e fasci di elettroni. Le immagini ottenute dai fasci deviati rispettavano notevolmente l'ipotesi dei decagoni sovrapposti.

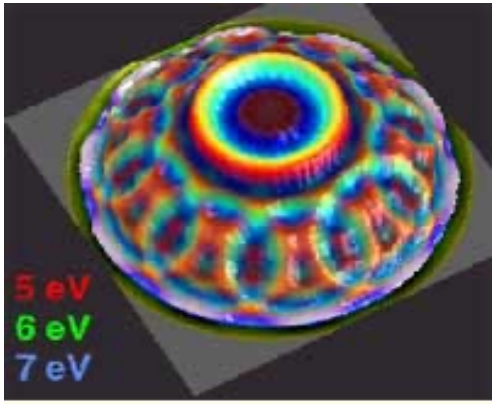
Nel 1994 e nel 2001 la superficie di una lega di Alluminio, Rame e Ferro, e di una lega di alluminio, palladio e cobalto, entrambe quasicristalline, sono state fotografate con una tecnica particolare (STM = scanning tunneling microscopy). Le immagini ad alta risoluzione che ne sono derivate presentano una sorta di terrazzamento; ciascuno strato termina con un gradino; i vari gradini sono di due tipi, alti e bassi (10^{-6} cm). Il fatto straordinario è che il rapporto di altezza dei due tipi di scalino è proprio uguale a Φ.

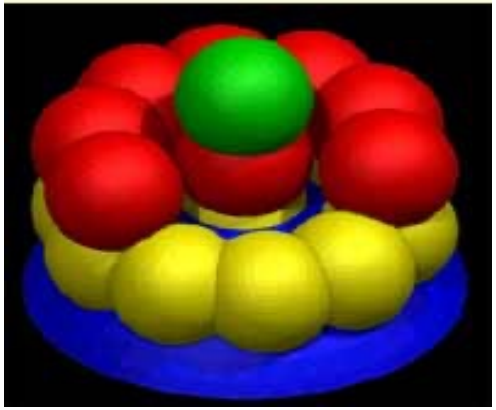
Di nuovo il rapporto aureo.

Ancora una volta, un concetto matematico, e in questo caso Φ , aiuta a spiegare reali fenomeni naturali e a capire i sistemi disordinati.

Quasicristalli

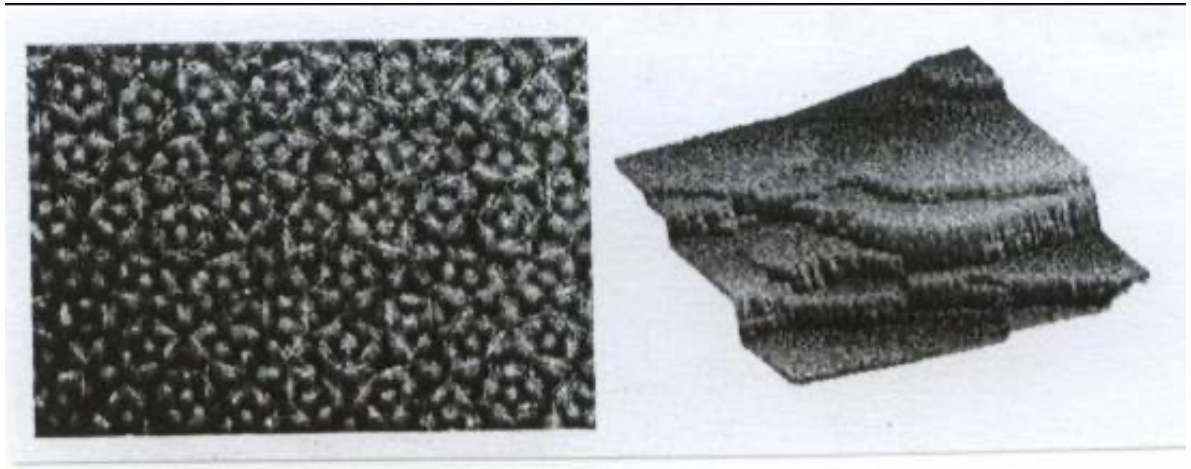
Lega di Alluminio Nichel e Cobalto



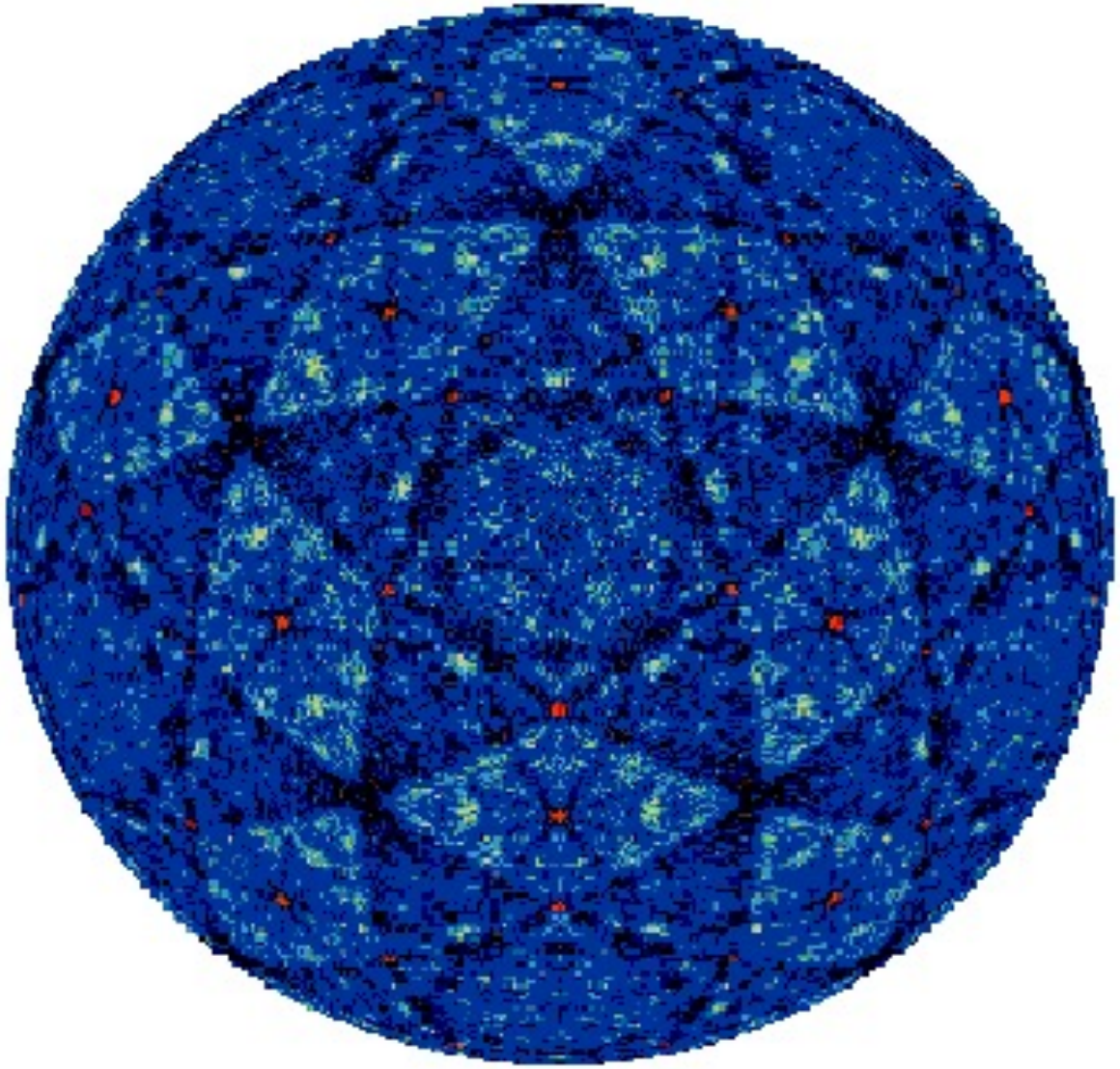


IN THE PLANE, THE AlNiCo QUASICRYSTAL, WHICH CONSISTS OF OVERLAPPING DECAGONS, IS APERIODIC. BUT THE STACKED PLANES HAVE PERIODIC STRUCTURE.
Images by Steinhardt and Jeong, Nature 382, 433-5

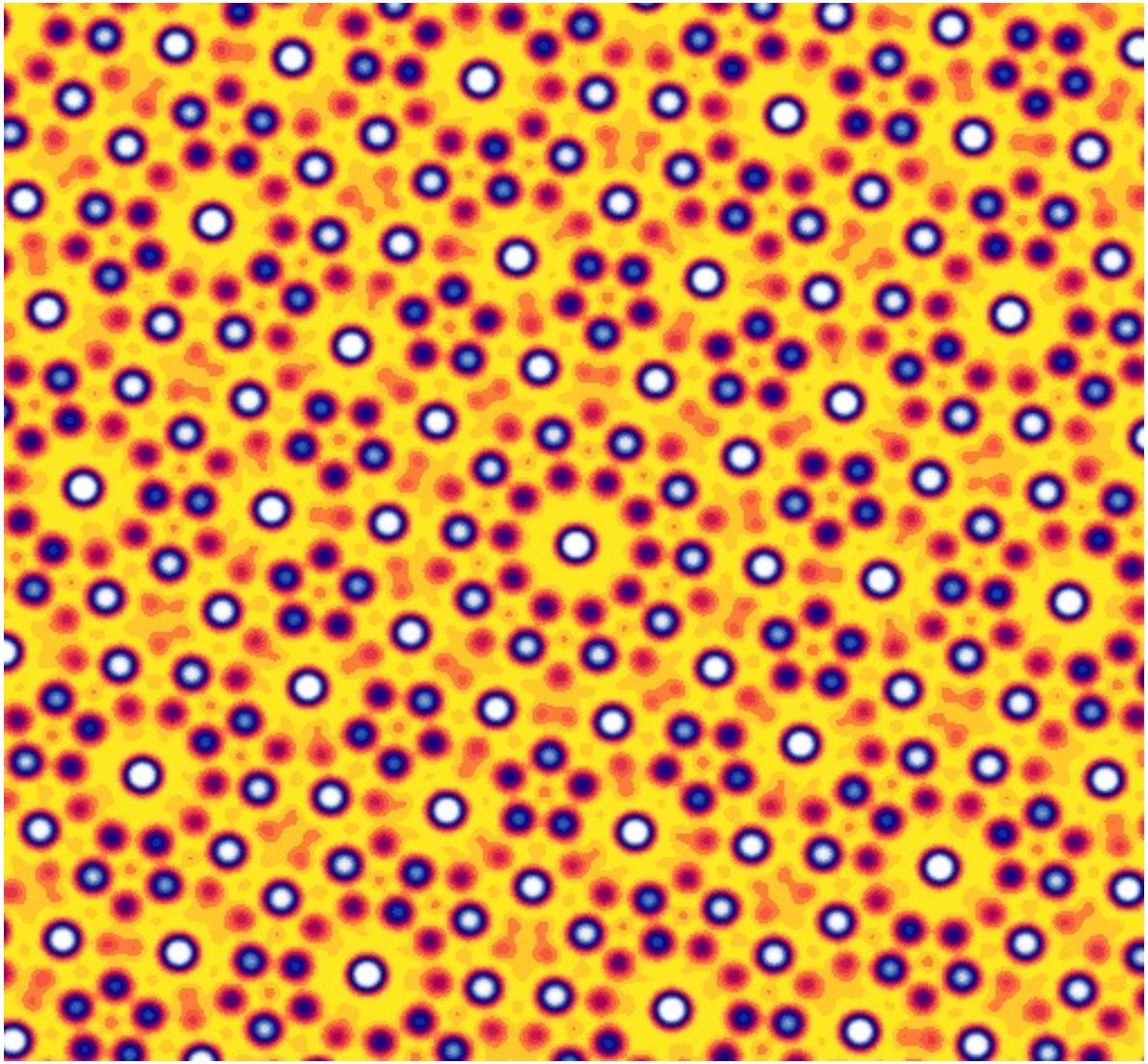
Lega di Alluminio Rame e Ferro



Ologramma di un quasi cristallo



Quasicristallo icosaedrico di AlCuFeMn



“La geometria possiede due grandi tesori: uno è il teorema di Pitagora; l’altro la divisione di una linea secondo il rapporto estremo e medio.
Possiamo paragonare il primo a una certa quantità d’oro, e definire il secondo una pietra preziosa”

(Keplero 1571- 1630)

“*il sapere autentico non riguarda i complessi fenomeni che cogliamo con i sensi, ma le soggiacenti regolarità, l’unica realtà a possedere un’autentica permanenza*”.

(Platone (428 – 348 a.C. circa) nel “Timeo”)

BIBLIOGRAFIA

1. M.Livio, “La sezione aurea”, Rizzoli, 2003.
2. Tuttoscienze, 11 Agosto 1993- 17 febbraio 1999.
3. Le Scienze del 19/03/2003: “Onde quasiperiodiche”
4. “Aperiodicità e ordine: quattro passi tra i quasicristalli”. A cura del prof. Lucio Loreto, “La Sapienza” Roma.
5. Vari articoli di “Nature”.In particolare nel n. 396 del 1998 l’articolo di P.J..Steinhardt, H.-C.Jeong, K.Saitoh, M.Tanaka,E.Abe,A.P.Tsai.
6. P.Odifreddi, “La matematica del novecento”,
7. K.Davlin, “Dove va la matematica?”, Bollati Boringhieri.
8. B.B.Mandelbrot, “La geometria frattale della natura”, Einaudi.
9. C.B.Boyer, “Storia della matematica”, Mondadori.
10. “The Fibonacci Quaterly”.
11. www.nims.go.jp
12. ww.mcs.surrey.ac.uk/Personal/R.Knott/Fibonacci/fib.html
13. www.history.mcs.st-andrews.ac.uk/history/Matematicians/Fibonacci.html
14. “ Il codice da Vinci” di Dan Brown