

Somma dei quadrati e dei cubi di n numeri dispari

Il matematico e astronomo arabo IBN AL-BANNA (29/12/1256 – 1321 Marocco) dimostrò le seguenti uguaglianze:

a) Somma dei quadrati di n numeri dispari

$$1^2 + 3^2 + 5^2 + \dots + (2n - 1)^2 = \frac{n}{3}(4n^2 - 1)$$

Esempio:

$$\underbrace{1^2 + 3^2 + 5^2 + 7^2 + 9^2}_{n=5} = \frac{5}{3}(4 \cdot 5^2 - 1) = \frac{5}{3} \cdot 99 = 65$$

In simboli

$$\sum_{k=1}^n (2k - 1)^2 = \frac{n}{3}(4n^2 - 1)$$

b) Somma dei cubi di n numeri dispari

$$1^3 + 3^3 + 5^3 + \dots + (2n - 1)^3 = n^2(2n^2 - 1)$$

Esempio:

$$\underbrace{1^3 + 3^3 + 5^3 + 7^3 + 9^3}_{n=5} = 5^2(2 \cdot 5^2 - 1) = 1225$$

In simboli

$$\sum_{k=1}^n (2k - 1)^3 = n^2(2n^2 - 1)$$