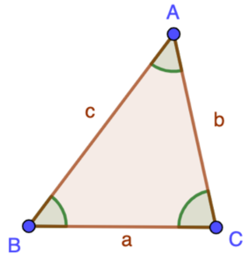
TRIANGOLI

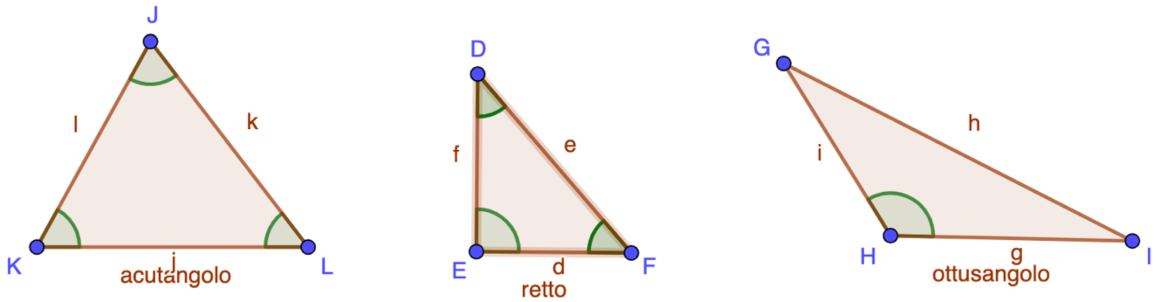
Il triangolo è una figura piana chiusa da tre lati a, b, c. Ha tre angoli e tre vertici A, B, C.

fig.1



Un triangolo può essere:

1. **Acutangolo**: quando ciascuno dei suoi angoli è acuto, cioè minore di 90°;
2. **Retto**: quando ha un angolo di 90°;
3. **Ottusangolo**: quando ha un angolo ottuso, cioè maggiore di 90°.



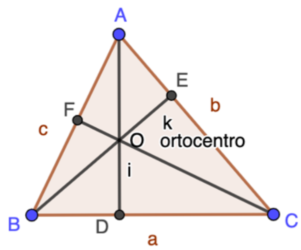
figg.2,3,4

ALTEZZE, MEDIANE, BISETTRICI

In un triangolo:

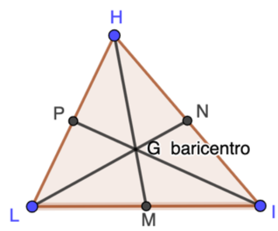
- il segmento condotto da ciascun vertice perpendicolarmente al lato opposto, si dice **altezza.** Poiché i vertici sono tre, nel triangolo ci sono tre altezze, ciascuna relativa al lato opposto.

Nella figura 5 le tre altezze sono AD, BE, CF. Esse
Si incontrano in uno stesso punto O detto **ortocentro**. fig.5



- Il segmento che congiunge ciascun vertice col punto medio del lato opposto si dice **mediana**. Le mediane sono tre.

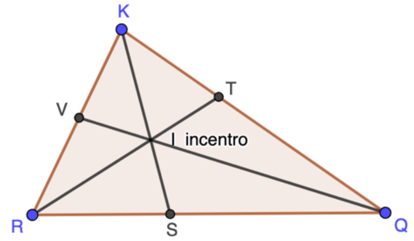
Nella figura 6 le tre mediane sono HM, LN, PI. Esse
Si incontrano in uno stesso punto G detto **baricentro**. fig.6



- Il segmento che divide ciascun angolo in due parti uguali si dice **bisettrice**. Le bisettrici sono tre. Esse si incontrano in uno stesso punto detto **incentro**. La parola stessa incentro significa che esso è il centro della circonferenza inscritta al triangolo.

Nella figura 7 le tre bisettrici sono KS, QV, RT.

fig.7



Tipi di triangoli
Un triangolo può essere rispetto ai lati:

1) Triangolo **isoscele** se ha due lati uguali (e i due angoli opposti anche uguali).
2) Triangolo **scaleno** se tutti e tre i lati sono disuguali.
3) Triangolo **equilatero** se ha i tre lati uguali e i tre angoli uguali.

PROPRIETA' DEI TRIANGOLI
Enunciamo alcuni teoremi importanti sui triangoli.

Teorema
La somma degli angoli interni di ogni triangolo è uguale ad un angolo piatto (180°).

La dimostrazione è semplice. Nella figura 8 è riportato il triangolo ABC con i rispettivi angoli α, β, γ.
Per il vertice C si conduce la retta parallela al lato BA. Si vengono a formare i due angoli ε e δ rispettivamente con il lato BC e con il lato AC.
Gli angoli ε e β sono congruenti perché alterni interni alle due rette parallele e alla trasversale BC. Anche gli angoli δ e α sono congruenti perché alterni interni alle due rette parallele e alla trasversale AC. Ma $\varepsilon + \gamma + \delta = 180°$ e quindi, sostituendo $\varepsilon = \beta$ e $\delta = \alpha$, anche $\beta + \gamma + \alpha = 180°$.

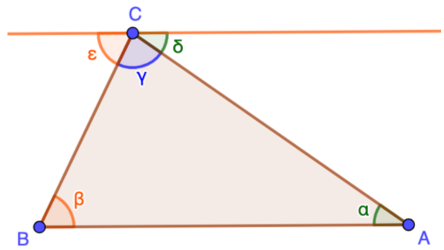


fig.8

Questo teorema ci dice che in un triangolo non possono esserci due angoli ottusi.

Teorema
In un triangolo ciascun angolo esterno è uguale alla somma dei due angoli interni non adiacenti.

Nella figura 9 sono riportati i tre angoli esterni di un triangolo: $\delta, \varepsilon, \zeta$ (si leggono rispettivamente delta, epsilon, zeta).

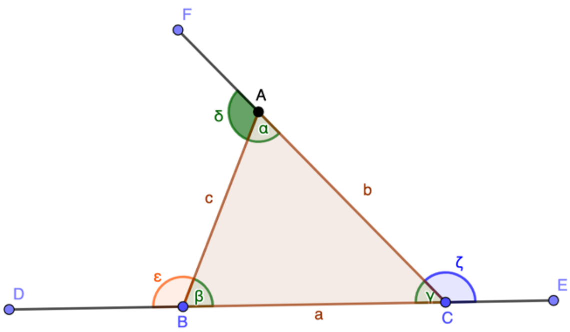


fig.9

Anche qui la dimostrazione è semplice. Pe semplicità, dimostriamo che l'angolo esterno ε è uguale alla somma dei due angoli interni non adiacenti α e γ. Abbiamo già visto nel teorema precedente che la somma degli angoli interni è 180°: $\alpha + \beta + \gamma = 180°$. Ma anche $\varepsilon + \beta = 180°$, quindi

$$\alpha + \beta + \gamma = \varepsilon + \beta$$

Da cui, eliminando β, si ha che $\varepsilon = \alpha + \gamma$.

Non è male ricordare che **<u>tre segmenti si chiudono per formare un triangolo se e solo se ciascuno di essi è maggiore della differenza degli altri due ed è minore della loro somma.</u>**

Teorema
In un triangolo ogni lato è minore della somma degli altri due ed è maggiore della loro differenza.

CRITERI DI CONGRUENZA DEI TRIANGOLI
Si hanno i seguenti criteri di congruenza dei triangoli che non dimostriamo.
1°. Due triangoli sono congruenti se hanno due lati congruenti e l'angolo compreso congruente.

a=a'
c=c'
$\beta = \beta'$

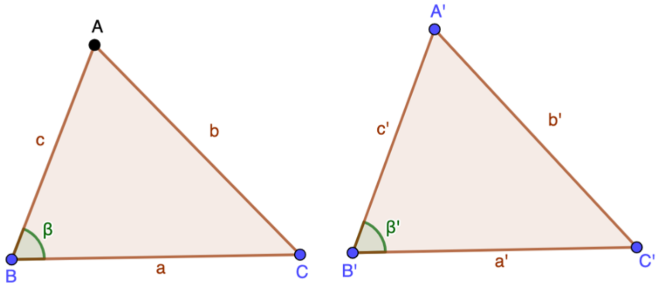


fig.10

2°. Due triangoli sono congruenti se hanno un lato congruente e i due angoli adiacenti congruenti.

a=a'
$\beta = \beta'$
$\gamma = \gamma'$

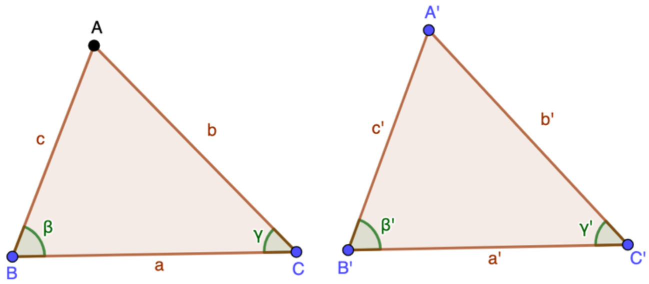


fig.11

3° Due triangoli sono congruenti se hanno tutti e tre i lati congruenti.

a=a'
b=b'
c=c'

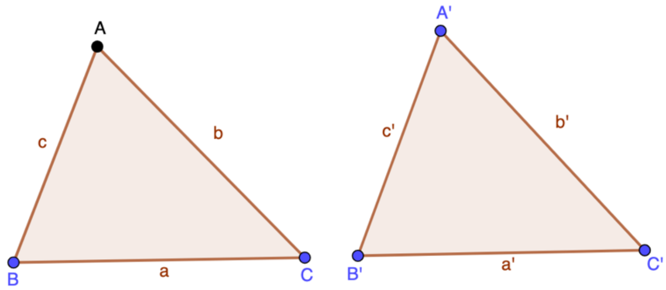


fig.12

Concetto di uguaglianza e di congruenza
A volte confondiamo l'uguaglianza con la congruenza. Perciò è opportuno che chiariamo le due cose.

a. Due figure F e F' si dicono **uguali** quando tutti i punti dell'una coincidono con tutti i punti corrispondenti dell'altra, senza che vi sia necessità di alcun movimento rigido per sovrapporle. Detto diversamente, le due figure stanno l'una sull'altra: F≡F'.

b. Due figure sono **congruenti** quando con un movimento rigido una delle due viene portata sull'altra, per cui si verifica che tutti i punti della prima coincidono con tutti in punti corrispondenti della seconda.

Nell'uguaglianza non c'è movimento, nella congruenza si. Allego qui il link per un breve video che spiega meglio la differenza tra l'uguaglianza e la congruenza. https://youtu.be/BDV_xhTvgTI