"L'essenza della matematica è la libertà"
(G.Cantor 1845-1918)

Un paradosso

Sulla natura dei numeri sin dall'antichità hanno indagato insigni matematici. Sono state trovate proprietà che poi hanno avuto una dimostrazione, e proprietà la cui dimostrazione è ancora, per così dire, sospesa. In matematica le questioni che devono ancora essere dimostrate vengono dette metaproblemi. Tenterò di proporre, dunque, all'attenzione di voi ragazzi argomenti che, spero, stuzzichino la vostra fantasia, oltre a soddisfare la vostra curiosità. Keplero in una lettera del 1608 ad un professore di Lipsia rivela che nella successione di Fibonacci

1,1,2,3,5,8,13,21…..

(dove ogni termine è la somma di due termini precedenti)

"Il quadrato di un termine qualunque, purchè occupi una posizione pari, differisce di uno dal prodotto dei due termini che gli stanno accanto".

Indicato con $\mathbf{F_n}$ il generico termine che occupa l'n-simo posto pari nella successione si ha

$$\mathbf{(F_n)^2 = F_{n-1} \bullet F_{n+1} - 1}$$

Esempio: sia $F_n = 8$, e 8 occupa la sesta posizione (quindi pari) nella successione, allora $F_{n-1} = 5$ e $F_{n+1} = 13$. perciò $F_n^2 = 8^2 = 64$, mentre $F_{n-1} \text{ x } F_{n+1} = 65$: quindi $64 = 5 \text{ x } 13 – 1$.

Una conseguenza è il paradosso proposto dal grande inventore di enigmi matematici **Sam Loyd (1841-1911)**:
Si consideri il quadrato 8x8, che dà luogo ad un'area di 64 quadratini. Lo si ritagli in quattro parti come in fig.1. ricomporre con i quattro pezzi ottenuti A, B, C, D la fig. 2 in modo da formare un

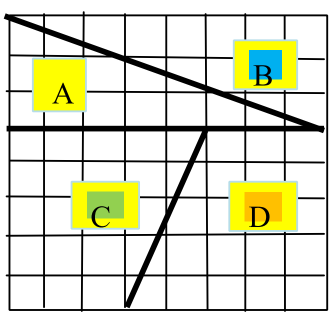

fig. 1

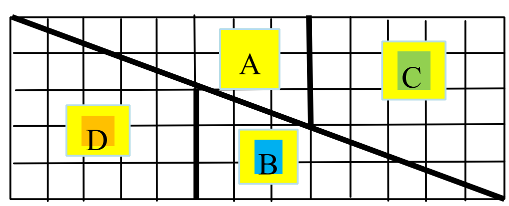

fig.2

rettangolo 13x5 = 65, contro i 8x8 =64 quadratini della fig.1. Il quadratino in più della figura 2 da dove viene? Riflettete attentamente e avrete la risposta.

Nota: Volendo completare, il termine della successione che occupa una posizione dispari è tale che il suo quadrato è uguale al prodotto dei due termini che gli stanno accanto aumentato di uno

$$\mathbf{(F_n)^2 = F_{n-1} \bullet F_{n+1} + 1}$$

Esempio: sia F_n =13 di posizione dispari, allora $13^2 = 8\text{x}21+1$.